



Matemática Financeira

Regiane Janaina Silva de Menezes



Cuiabá - MT
2015

Presidência da República Federativa do Brasil
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Diretoria de Integração das Redes de Educação Profissional e Tecnológica

© Este caderno foi elaborado pelo Centro de Educação Profissional de Anápolis -GO, para a Rede e-Tec Brasil, do Ministério da Educação em parceria com a Universidade Federal de Mato Grosso.

Equipe de Revisão

Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT

Coordenação Institucional

Carlos Rinaldi

Coordenação de Produção de Material

Didático Impresso

Pedro Roberto Piloni

Designer Educacional

Daniela Mendes

Designer Master

Daniela Mendes

Revisão Final

Neusa Blasques

Ilustração

Quise Gonçalves Brito

Diagramação

Tatiane Hirata

Revisão de Língua Portuguesa

Verônica Hirata

Revisão Científica

Rosenil Gonçalves dos Reis e Silva

**Centro de Educação Profissional de
Anápolis - GO**

Coordenação Institucional

José Teodoro Coelho

Coordenador do Curso

Maria Cristina Alves de Souza Costa

Comissão de Apoio a Produção

Elisa Maria Gomide

Denise Mendes França

Joicy Mara Resende Rolindo

Maria Cristina Alves de Souza Costa

Projeto Gráfico

Rede e-Tec Brasil/UFMT



Apresentação Rede e-Tec Brasil

Prezado(a) estudante,

Bem-vindo(a) à Rede e-Tec Brasil!

Você faz parte de uma rede nacional de ensino, que por sua vez constitui uma das ações do Pronatec - Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego. O Pronatec, instituído pela Lei nº 12.513/2011, tem como objetivo principal expandir, interiorizar e democratizar a oferta de cursos de Educação Profissional e Tecnológica (EPT) para a população brasileira, propiciando caminho de acesso mais rápido ao emprego.

É neste âmbito que as ações da Rede e-Tec Brasil promovem a parceria entre a Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica (Setec) e as instâncias promotoras de ensino técnico como os institutos federais, as secretarias de educação dos estados, as universidades, as escolas e colégios tecnológicos e o Sistema S.

A educação a distância no nosso país, de dimensões continentais e grande diversidade regional e cultural, longe de distanciar, aproxima as pessoas ao garantir acesso à educação de qualidade e ao promover o fortalecimento da formação de jovens moradores de regiões distantes, geograficamente ou economicamente, dos grandes centros.

A Rede e-Tec Brasil leva diversos cursos técnicos a todas as regiões do país, incentivando os estudantes a concluir o ensino médio e a realizar uma formação e atualização contínuas. Os cursos são ofertados pelas instituições de educação profissional e o atendimento ao estudante é realizado tanto nas sedes das instituições quanto em suas unidades remotas, os polos.

Os parceiros da Rede e-Tec Brasil acreditam em uma educação profissional qualificada – integradora do ensino médio e da educação técnica - capaz de promover o cidadão com capacidades para produzir, mas também com autonomia diante das diferentes dimensões da realidade: cultural, social, familiar, esportiva, política e ética.

Nós acreditamos em você!

Desejamos sucesso na sua formação profissional!

Ministério da Educação
Julho de 2015

Nosso contato
etecbrasil@mec.gov.br



Indicação de Ícones

Os ícones são elementos gráficos utilizados para ampliar as formas de linguagem e facilitar a organização e a leitura hipertextual.



Atenção: indica pontos de maior relevância no texto.



Saiba mais: oferece novas informações que enriquecem o assunto ou "curiosidades" e notícias recentes relacionadas ao tema estudado.



Glossário: indica a definição de um termo, palavra ou expressão utilizada no texto.



Mídias integradas: remete o tema para outras fontes: livros, filmes, músicas, *sites*, programas de TV.



Atividades de aprendizagem: apresenta atividades em diferentes níveis de aprendizagem para que o estudante possa realizá-las e conferir o seu domínio do tema estudado.



Refleta: momento de uma pausa na leitura para refletir/escrever sobre pontos importantes e/ou questionamentos.





Palavra da Professora-autora

Caro(a) estudante,

Este material foi elaborado pensando em você, com o intuito de lhe proporcionar um ótimo aproveitamento e uma aprendizagem significativa.

Nesta disciplina, estamos propondo os conteúdos de forma prática, mostrando como funcionam os cálculos da Matemática Financeira, não só para o ambiente empresarial, mas também para seu crescimento pessoal e profissional. O objetivo principal é desenvolver sua capacidade de executar as principais operações financeiras que envolvem o dia a dia de uma empresa de logística.

Com este estudo, acreditamos que você supere certas barreiras em relação aos cálculos matemáticos, deixando de lado certos termos como “difícil, não sei, complicado”. Assim, o estudo da matemática financeira será mais prazeroso. Aproveite cada momento de estudo e lembre-se sempre que o seu aprendizado depende de você.

Quero lhe desejar muito sucesso nesta nova caminhada.

Bons estudos!

Abraços!

Prof^a. Regiane Menezes



Apresentação da Disciplina

Caro(a) estudante,

Considerando que o profissional da área de logística precisa estar sempre atualizado e ter uma visão sistêmica acerca do funcionamento da empresa, elaboramos as aulas desta disciplina.

Abordamos alguns assuntos relevantes da área financeira, muito comum no ambiente empresarial, visto que é de suma importância interpretar e analisar as informações relacionadas às situações que envolvem o dinheiro num determinado tempo.

Assim, em nossa primeira aula, abordaremos os objetivos da matemática financeira, como surgiu a ideia de juros e outras curiosidades. Trataremos também do regime de capitalização, pois é muito importante que você conheça os dois sistemas de cálculo: o regime de juros simples e o regime de juros composto.

Na segunda aula, você terá a oportunidade de calcular e aplicar os conceitos referentes aos juros simples. Abordaremos algumas situações, como cálculo da taxa, período, capital e montante.

Na terceira aula, serão demonstradas várias situações envolvendo o cálculo de juros compostos, além de apresentar a diferença entre eles e os juros simples. Nessa aula, você também terá a oportunidade de aprofundar os conhecimentos sobre as operações financeiras, envolvendo o cálculo da taxa, período, montante e várias outras situações de juros compostos.

Na quarta aula, você irá conhecer os aspectos conceituais do desconto e alguns títulos de crédito que podem ser descontados antecipadamente. Abordaremos também os tipos de desconto simples, isto é, o desconto comercial e o racional. Nessa aula, estudaremos o desconto comercial, o mais usado pelo comércio e bancos.

Finalmente, na quinta aula, você estudará o desconto racional, o desconto



composto e suas particularidades, como, por exemplo, o desconto racional e o desconto bancário.

Vamos começar, então!

Bons estudos!

Prof.^a Regiane Menezes



Sumário

Aula 1. Objetivos da matemática financeira	13
1.1 Introdução à matemática financeira.....	14
1.2 Regime de capitalização.....	20
Aula 2. Juros simples	25
2.1 Juros.....	26
2.2 Juros simples.....	28
Aula 3. Juros compostos	37
3.1 Juro composto.....	37
Aula 4. Descontos simples – aspectos conceituais	49
4.1 Títulos de crédito.....	49
4.2 Desconto simples.....	53
Aula 5. Desconto racional e desconto composto	61
5.1 Desconto racional.....	61
5.2 Desconto composto.....	67
Palavras Finais	73
Guia de Soluções	74
Referências	78
Obras Consultadas	79
Currículo da Professora-autora	80



Aula 1. Objetivos da matemática financeira

Objetivos:

- reconhecer a importância da matemática financeira em nosso dia a dia;
- realizar as principais operações financeiras que envolvem as atividades de uma empresa de logística;
- conceituar juros, capital, montante e taxa;
- analisar a evolução de um capital no tempo; e
- identificar o regime de juros simples e juros compostos.

Caro(a) estudante,

Nesta aula, você terá a oportunidade de se envolver com uma área específica da matemática, a matemática financeira. É a parte que estuda as formas de investimento e seus retornos financeiros. Também abordaremos os regimes de capitalização, mas, antes, é de fundamental importância que você conheça um pouco sobre os objetivos da matemática financeira, para que possa familiarizar-se com a linguagem e suas particularidades numéricas.

Desde a antiguidade, a matemática está presente na vida de todas as pessoas. Se observarmos bem, perceberemos que ela aparece nas mais simples situações como, por exemplo, quantificar, calcular, analisar, planejar etc., afinal, ela faz parte da vida humana.

Agora, vamos entender o que é a matemática financeira e em que momento a utilizamos.



1.1 Introdução à matemática financeira

A matemática financeira é um conjunto de técnicas e formulações matemáticas com o objetivo de analisar situações de investimentos ou financiamentos envolvendo o valor do dinheiro e o tempo.

O valor muda no tempo, uma vez que o investidor poderá aplicá-lo e obter uma taxa de remuneração pelo capital. Essa remuneração do capital no tempo é chamada de juros. Portanto, a matemática financeira consiste em empregar procedimentos matemáticos para simplificar a operação financeira. Para isso empregará alguns elementos como, por exemplo, taxa, inflação, índice de preços, lucros, prejuízos, cotações de moedas, valor atual líquido e outros itens e alternativas econômicas.

Mas, na prática, o que significa o “valor do dinheiro no tempo”?

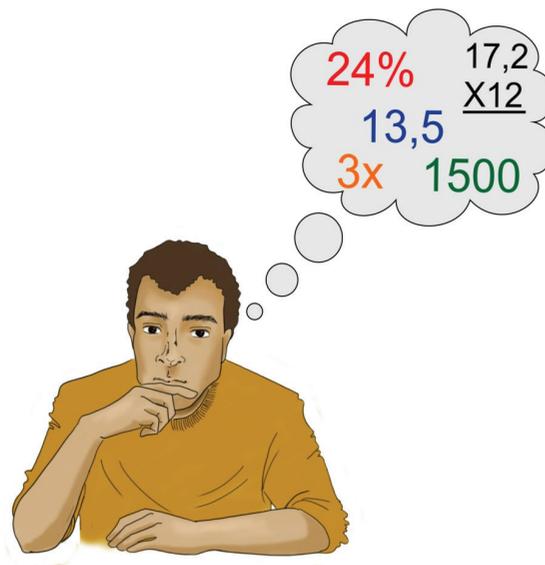


Figura 1

Fonte: ilustradora

Vejamos, então. Intuitivamente, nós sabemos que determinado valor em dinheiro, como, por exemplo, R\$ 4.000,00, hoje, vale mais que daqui a um ano. Você saberia explicar por que isso ocorre? Imagino que essa seja uma pergunta que já comece a instigá-lo a buscar possíveis respostas.

Podemos avançar um pouco mais nos conteúdos: trataremos, agora, dos conceitos e notações de alguns termos utilizados nesta disciplina. Vamos lá, então?





Juro (J) – é a remuneração do capital no tempo.

Capital (C) - é qualquer valor expresso em moeda disponível.

Taxa (i) – é a razão entre os juros recebidos (ou pagos) no fim de um período de tempo. Ela está sempre relacionada com uma unidade de tempo (dia, semana mês, semestre, ano).

Montante (M) – é a soma do capital aplicado no início da operação financeira e dos juros acumulados no final do período de aplicação.

Vejamos o exemplo a seguir.

Uma pessoa vai fazer uma compra no valor de R\$ 4.000,00, usando o que tem depositado na caderneta de poupança, que está rendendo 1% ao mês. Ela quer saber, do ponto de vista financeiro, qual plano de pagamento será mais vantajoso:

1. Pagar à vista; ou
2. “Pagar em duas prestações iguais, de R\$ 2.005,00 cada uma” (DANTE, 2008).

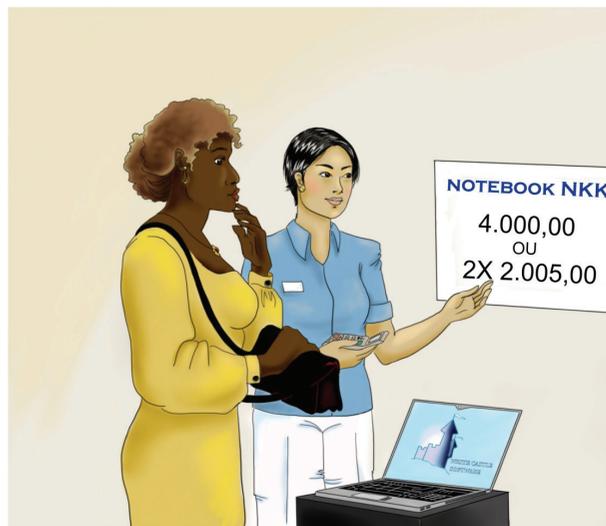


Figura 2

Fonte: ilustradora

Se você analisar bem, aplicando as técnicas da matemática financeira, você vai compreender que a melhor alternativa é o pagamento em duas parcelas





iguais no valor de R\$ 2.005,00. Vamos analisar juntos? Observe bem as duas situações:

- Pagar à vista;
- Pagar em duas prestações iguais de R\$ 2.005,00 cada uma.

Pagando à vista: toda quantia de R\$ 4.000,00 será gasta (sobrará zero). Pagando em duas prestações de R\$ 2.005,00: como a caderneta de poupança utiliza o sistema de juros compostos, após o pagamento da primeira prestação sobrará a quantia de R\$ 1.995,00, que renderá juros de 1% até o pagamento da segunda prestação. Veja:

$$1\% \text{ de R\$ } 1.995,00 = \text{R\$ } 19,95$$

$$M = \text{R\$ } 1.995,00 + \text{R\$ } 19,95 = \text{R\$ } 2.014,95$$

$$\text{R\$ } 2.014,95 - \text{R\$ } 2.005,00 = \text{R\$ } 9,95$$

Logo, o segundo plano de pagamento é o melhor, pois ainda sobrará a quantia de R\$ 9,95, que em relação à primeira significa lucro.

A-Z

Faturamento: é o total de vendas de uma empresa em um determinado período

Nesse simples exemplo, podemos perceber que as situações corriqueiras exigem sempre uma decisão a tomar. Imagine isso na vida de uma empresa cujo **faturamento** seja bastante superior à renda de uma família. É fundamental que tenhamos sempre algum tipo de mecanismo que nos auxilie nessas tomadas de decisão. Assim, o estudo da matemática financeira se reveste de vital importância tanto para qualquer pessoa quanto para a situação financeira das empresas.

Agora, daremos continuidade aos termos apresentados no início desta aula. Mais detalhadamente, vamos falar sobre o capital.

Inicialmente, você teve uma noção do significado desse termo, não é verdade? Seria o valor expresso em moeda disponível. Agora, você conhecerá outras terminologias. Veja.

Capital é o valor aplicado em alguma transação financeira. Nas operações de crédito, também é conhecido como principal (P). Você também pode classificá-lo como valor presente, valor atual ou valor aplicado – todas essas



nomenclaturas possuem a mesma característica. Mas não importa como ele é chamado, o importante é que você entenda que sobre ele, ou seja, o capital, podem incidir rendimentos mediante aplicações financeiras –nesse caso seria um recebimento, ou ainda **encargos financeiros**, que são aqueles juros cobrados por instituições financeiras sobre algum valor emprestado, como, por exemplo, os empréstimos bancários.

Agora, vamos tratar dos juros, de uma forma mais abrangente.

Juro é a remuneração que recebemos ao aplicar um capital, seja pelo banco ou pela empresa. Quando aplicamos um capital, estamos tomando uma decisão de adiar o recebimento de um bem de consumo. Assim, você espera obter uma recompensa por ter deixado de consumir ou um prêmio por ter deixado de consumir e ter poupado.

Essa recompensa é representada pelo juro que você recebeu, se for aplicado num CDB (Certificado de Depósito Bancário) de um banco ou qualquer outro tipo de aplicação financeira, como, por exemplo, a caderneta de poupança.

Mas juro não é só recompensa ou bonificações recebidas. Se você atrasa o pagamento de alguma obrigação financeira (duplicatas, boleto bancário, entre outros), o valor presente terá incidência de juros. Você se lembra de que já falamos sobre valor atual? Isso mesmo, estamos nos referindo ao capital.

O juro é uma das mais antigas aplicações da matemática financeira. Foi-se adequando ao longo do tempo de acordo com as necessidades de cada época, e buscando novas formas de trabalhar a relação tempo-dinheiro. Como dissemos anteriormente, a taxa de juros está sempre relacionada a uma unidade de tempo

A ideia de juros que conhecemos hoje veio, aproximadamente, de 2000 a.C.

Segundo estudiosos especialistas da área, os juros existem desde a época dos primeiros registros das civilizações existentes na terra. Nessa época, os juros eram pagos pelo uso de sementes ou de outros bens.

Como você pode notar, a matemática utilizada hoje teve origem há muitos séculos e foi se adequando às diferentes situações no tempo.

A-Z

Encargos financeiros: são juros ou taxas cobrados pelas instituições sobre algum tipo de transação financeira



Para aprofundar seus conhecimentos, acesse o site:
<<http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>>



Figura 3

Fonte: ilustradora

Vamos continuar nosso estudo?

Agora você vai saber um pouco mais sobre o que é montante. Montante é a soma do capital com os juros, podendo também ser chamado de valor futuro ou valor final. Veja bem, quando um investidor aplica um capital, por certo tempo, a uma determinada taxa, no final desse período, ele tem à sua disposição não só o valor inicial (valor presente ou capital) aplicado, mas também os juros que lhe são devidos. Esse total, que é a soma de capital e juros, é chamado montante.

Taxa de juros: é o valor do juro em determinado tempo, expresso como porcentagem sobre o valor do capital inicial. Pode ser expresso de forma unitária ou percentual (0,15 ou 15%, respectivamente).

Prazo e Períodos: As transações financeiras são feitas tendo-se como referência uma unidade de tempo (como um dia, um mês, um semestre etc.), ou seja, o capital ficará aplicado a uma taxa de juros nesse determinado tempo.

A seguir, vamos às notações de capital, taxa de juros, período de tempo, juros e montante, que farão parte das fórmulas usadas nas resoluções de aplicações financeiras.





$$\begin{aligned}\text{Capital} &= C \\ \text{Taxa de juros} &= i \\ \text{Período de tempo} &= n \\ \text{Juros ao capital inicial} &= C \times i \times n \\ \text{Montante} &= C + J\end{aligned}$$

Devemos tomar cuidado especial no emprego das taxas e dos períodos de tempo, pois a taxa de juros e o prazo devem estar sempre na mesma unidade tempo.



Nos exemplos a seguir, vamos escrever a taxa de juros e o prazo numa mesma unidade de tempo.

a) taxa 5% a.a. e o período em meses.

Temos que dividir a taxa 5 por 12, pois o ano tem 12 meses, transformando assim a taxa em mês. $5/12 = 0,41\%$ a.m. Assim, 5% a.a. (5% ao ano) equivale a 0,41% a.m. (0,41% ao mês).

b) 8% a.m. e o período em dias.

Dividindo a taxa 8 por 30, pois o mês comercial tem 30 dias, obtemos 0,26. Logo, 8% a.m. equivale a 0,26% a.d. (ao dia).

c) taxa de 12% a.m. e período de 2 anos.

Nesse exemplo, podemos transformar o período em meses (2 anos = 24 meses) e teríamos, então, a equivalência. Você percebeu que se pode transformar tanto a taxa (i) como o período (n)? O importante é termos taxas equivalentes.

Precisamos prestar atenção também no fato de que os juros são calculados com base no mês e no ano comercial.



Ano civil = 365 dias

Ano comercial = 360 dias

Mês comercial = 30 dias





Dando continuidade à aula, vamos abordar os regimes de capitalização.

1.2 Regime de capitalização

Você já ouviu falar em regime de capitalização? Pois bem, esse é o nosso próximo assunto. É muito importante que você saiba o que é e de que forma podemos utilizá-lo nas transações financeiras. Vamos ao conceito, então.

O regime de capitalização trabalha com dois sistemas distintos: regime de juros simples e regimes de juros compostos. Portanto, a sucessiva incorporação dos juros ao capital ao longo do tempo pode ser feita em um desses dois regimes.

No regime de juros simples, apenas o capital inicial rende juros; não incidem, pois, juros sobre juros. Nesse regime de capitalização, a taxa varia linearmente, ou seja, num alinhamento reto, em função do tempo. Já no regime de juros compostos, a taxa de juros incide sobre o capital inicial, acrescido dos juros acumulados até o período anterior. Nesse regime, a taxa varia exponencialmente em função do tempo.

Vamos a um exemplo prático.

Analise a evolução de um capital inicial de R\$ 100,00, aplicado por cinco anos a uma taxa de 10% a. a., no regime de juros simples (tabela 1) e compostos (tabela 2).

Tabela 1

Ano	Capital inicial	Juros do ano	Capital final
1	R\$ 100,00	$10\% \times R\$ 100,00 = R\$ 10,00$	R\$ 110,00
2	R\$ 110,00	$10\% \times R\$ 100,00 = R\$ 10,00$	R\$ 120,00
3	R\$ 120,00	$10\% \times R\$ 100,00 = R\$ 10,00$	R\$ 130,00
4	R\$ 130,00	$10\% \times R\$ 100,00 = R\$ 10,00$	R\$ 140,00
5	R\$ 140,00	$10\% \times R\$ 100,00 = R\$ 10,00$	R\$ 150,00

Observe que a tabela 1 mostra a evolução do capital de R\$ 100,00 ao longo de cada um dos cinco anos no regime de juros simples. Veja, nesse regime, o capital inicial cresce linearmente no tempo, a uma razão de R\$ 10,00 ($10\% \times R\$ 100,00$) por ano.

A tabela 2 mostra a evolução do capital de R\$ 100,00 ao longo de cada um dos cinco anos no regime de juros compostos.





Tabela 2

Ano	Capital inicial	Juros do ano	Capital final
1	R\$ 100,00	$10\% \times R\$ 100,00 = R\$ 10,00$	R\$ 110,00
2	R\$ 110,00	$10\% \times R\$ 110,00 = R\$ 11,00$	R\$ 121,00
3	R\$ 121,00	$10\% \times R\$ 121,00 = R\$ 12,10$	R\$ 133,10
4	R\$ 133,10	$10\% \times R\$ 133,10 = R\$ 13,31$	R\$ 146,41
5	R\$ 146,41	$10\% \times R\$ 146,41 = R\$ 14,64$	R\$ 161,05

Observe que, no regime de juros compostos, o capital inicial cresce exponencialmente com o tempo. A cada período, os juros são incorporados ao saldo anterior e passam a render juros.

Podemos constatar que o valor acumulado no final do quinto ano do regime de juros compostos – R\$ 161,05 – é maior do que no regime de juros simples, R\$ 150,00. A diferença de R\$ 11,05 corresponde ao rendimento de juros sobre juros.

Agora, vamos ao resumo desta aula.

Resumo

Nesta aula, nós vimos o quanto a matemática é importante na nossa vida diária, pois ela contribui sobremaneira em situações em que é necessário obter informações quantitativas para a tomada de decisão.

A matemática financeira possibilita aos investidores a análise dos melhores índices de aplicação, de modo a obter um maior rendimento econômico-financeiro – mas para isso é fundamental saber empregar esses indicadores de base de cálculo, assim como o momento certo de investir.

Estudamos, também, o conceito de capital como sendo o valor aplicado em uma operação financeira durante um determinado período de tempo. E que sobre ele poderá incidir uma taxa de juros, que, por sua vez, é representada em percentuais, como diária, mensal, trimestral, anual, culminando num aumento de capital, que recebe o nome de montante. Em seguida, tratamos dos regimes de capitalização – esperamos que você tenha conseguido perceber a diferença das duas formas existentes. Isso é de fundamental importância para que você possa avançar nos conteúdos das próximas aulas. Mostramos que existem dois tipos de regime de capitalização: no regime de juros simples, os juros são calculados sobre o capital inicial; no regime de juros compostos, os juros incidem sobre os juros.



Para aprofundar seu conhecimento, consulte as bibliografias: PUCCINI, Abelardo de Lima. Matemática financeira objetiva e aplicada. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 1999. BRANCO, Anísio Costa Castelo. Matemática financeira aplicada: método algébrico, HP 12C, Microsoft Excel. São Paulo: Pioneira, 2002.





Agora, você tem a chance de praticar e aplicar os conhecimentos adquiridos nesta aula, através das atividades de aprendizagem. Vamos lá?



Atividades de aprendizagem

1. Com base nos assuntos estudados nesta aula, defina com suas palavras os itens abaixo:

a) Capital:

b) Juros:

c) Taxa:

d) Montante:

2. Relacione as colunas de acordo com o que representam:

(1) Nome que se dá a valor acumulado (capital + juro)

(2) Nome da quantia empregada

(3) Como se define prazo

(4) Encargos financeiros

() Dias, meses e anos

() Capital

() Juros ou taxas cobrados pelas instituições

() Montante

3. Analisando os objetivos e os recursos utilizados pela matemática financeira, descreva com suas palavras qual é a importância dela no contexto empresarial.

4. Agora, coloque em prática o que você aprendeu sobre a equivalência de taxa e período.





a) 12% a.a. e período em meses:

b) 5% a.m. e período em dias:

c) 24% a.m. e período em 2 anos:

5. Analise a evolução de um capital no valor de R\$150,00, aplicado por 4 anos, a uma taxa de 5% ao ano.

6. Analise esse mesmo capital, agora, no regime de juros compostos. Em seguida, aponte o valor encontrado.

Caro/a estudante,

Nesta aula, você teve contato com as formas de capitalização que existem no mercado: o regime de juros simples e de juros compostos. Na próxima aula, vamos tratar mais detalhadamente sobre o regime de capitalização simples, os juros simples. Até lá!





Aula 2. Juros simples

Objetivos:

- conceituar juros simples; e
- resolver problemas que envolvam o cálculo de juros simples.

Caro/a estudante,

Nesta aula, vamos tratar mais detalhadamente dos juros. Abordaremos os juros simples e apresentaremos algumas situações geradas pela relação tempo-dinheiro.

Na aula anterior, conceituamos juros. Você se lembra? Então o que são juros? Vamos relembrar?



Figura 3
Fonte: ilustradora



2.1 Juros

Isso mesmo, juros são um percentual sobre um valor em dinheiro, o capital.

Para falar sobre juro é necessário primeiramente falarmos sobre o termo taxa (%). Observe que na televisão, no rádio, em jornal, em folhetos de propaganda, entre outros meios de comunicação, é comum o uso desse termo. Veja os anúncios publicitários.



Figura 4

Fonte: ilustradora

Esse recurso é muito utilizado por profissionais de marketing com objetivo de chamar a atenção do consumidor para a venda de bens, produtos ou serviços.

A taxa de juro é sempre apresentada em relação ao intervalo de tempo. Por exemplo:

2% a.d. (2% ao dia)

12% a.m. (12% ao mês)

10% a.b. (10% ao bimestre)

24% a.t (24% ao trimestre)

15% a.a. (15% ao ano)

Você sabe por que isso ocorre?

Isso acontece para que o cliente saiba antecipadamente o quanto ele se be-

neficiará em termos de economia com a compra de determinado produto, ou seja, o quanto ele pode lucrar com a oferta – além, é claro, de ser uma estratégia de mercado para tentar vencer os concorrentes.

Veja outra situação.

Quando você vai a alguma loja comprar um produto, ou em um banco obter um empréstimo, você tem um prazo para pagar, certo? Isso mesmo, o prazo da operação financeira é dado em dias, meses, trimestres, anos etc. Lembre-se que falamos sobre isso na nossa primeira aula, dissemos que a taxa de juros e o prazo devem estar sempre na mesma unidade de tempo.

Nas transações financeiras e comerciais, são muito comuns situações de compra a prazo, empréstimo e aplicações. Ao comprarmos um produto a prazo, pagamos, além do valor do produto, uma quantia chamada juro. Quando tomamos emprestada certa quantia em dinheiro, pagamos, além dessa quantia, um determinado valor: é como se fosse um aluguel pelo tempo em que o dinheiro ficou emprestado. Esse acréscimo também é chamado de juro.

Veja: uma operação financeira com cheque especial, por exemplo, em certos casos, pode oferecer vantagens aos seus clientes. Mas, atenção, pois cada instituição bancária possui uma tabela de juros. Dessa forma, devemos verificar antecipadamente qual é o percentual de juros cobrados pelas instituições financeiras. Além desses juros no saldo devedor do dia, incide também a cobrança do IOF (Imposto sobre Operações Financeiras).

Então, vamos analisar como é feito esse cálculo?

Hipoteticamente, vamos apresentar a conta bancária de um cliente que esteja utilizando o limite de seu cheque especial, no valor de R\$ 5.000,00, por um período de 5 dias, cuja movimentação é descrita abaixo:

Tabela 3

Dia	Saldo (R\$)	Limite disponível R\$ 5.000,00	Movimentação diária da conta bancária
01	R\$ 0	R\$ 5.000,00	O cliente não utilizou o seu limite
02	- R\$ 500,00	R\$ 4.500,00	O cliente utilizou R\$ 500,00 do seu limite
03	- R\$ 1.500,00	R\$ 3.500,00	O cliente utilizou R\$ 1.000,00 do seu limite
04	- R\$ 2.700,00	R\$ 2.300,00	O cliente utilizou R\$ 1.200,00 do seu limite
05	- R\$ 5.000,00	Utilizou todo o limite disponível	O cliente utilizou R\$ 2.300,00 do seu limite



Observe que os valores utilizados são deduzidos do seu limite disponível.

Suponha que esse banco tenha juros de 9,0% ao mês no cheque especial, calculando em percentual por dia, dividindo 9 por 30, temos 0,3% ao dia (o mês comercial tem 30 dias).

Observe a movimentação descrita abaixo:

Tabela 4

Dia	Cálculo de juros	Valor de juros
01	R\$ 0 x 0,3%	R\$ 0
02	R\$ 500 x 0,3%	R\$ 1,50
03	R\$ 1.500 x 0,3%	R\$ 4,50
04	R\$ 2.700 x 0,3%	R\$ 8,10
05	R\$ 5.000 x 0,3%	R\$ 15,00
Total		R\$ 29,10

Observe que, em apenas cinco dias, o correntista irá pagar R\$ 29,10 de juros, e ainda não podemos esquecer que sobre esse valor tem o IOF (Imposto sobre Operações Financeiras).

O que você pode perceber com esse demonstrativo é que os juros cobrados pelo cheque especial são muito altos, por isso o melhor é evitar manter saldo devedor na conta corrente.

Imaginamos que agora, depois de ter visto algumas situações em que podemos empregar o termo juros, tenha ficado um pouco mais claro para você esse tipo de operação financeira.

Agora, vamos falar sobre juros simples.

2.2 Juros simples

O juro simples é o juro calculado unicamente sobre o capital inicial, em qualquer período de tempo. No regime de juros simples, a taxa de juros incide somente sobre o capital inicial – não incide, pois, sobre os juros acumulados. Significa que os juros são todos iguais, porque são calculados sobre o capital inicial. Podem ser retirados no fim de cada mês, ou no final do período. A seguir temos a fórmula usada para o cálculo de juros simples.

$$J = C.i.n$$





Onde:

J = valor dos juros

C = valor do capital inicial ou principal

i = taxa de juros

n = tempo ou prazo (período)

Vamos entender como é feito o cálculo de juros simples, mas antes vamos mostrar o modelo de **calculadora** utilizada nesse tipo de cálculo. A mais comum é a HP 12C.

A-Z

Máquinas calculadoras são instrumentos que servem para dar mais velocidade aos nossos cálculos e para este conteúdo usamos calculadoras financeiras, que são programadas para esses tipos de operação.



Figura 5 - À esquerda, calculadora HP 12c. À direita, calculadora HP científica 10s.

Fonte: ilustradora

Como você pode observar, temos acima dois modelos de calculadoras científicas, porém a mais utilizada é a HP 12C, por apresentar mais recursos em operações financeiras, aproximadamente 50 operações diferentes. Apresentam teclas que correspondem a funções específicas. Pela rapidez e precisão nos cálculos, a HP 12C é uma ferramenta importante para quem trabalha em bancos e instituições financeiras.

Agora que você já sabe quais as calculadoras mais usadas na matemática financeira, vamos dar continuidade ao estudo dos juros simples.

Considere o exemplo, fique atento/a e você verá como é fácil.

Calcule o juro simples produzido por um capital de R\$ 200,00, à taxa de juros de 5% ao mês, em três meses.

Vamos fazer algumas perguntas, certo? Qual é o nosso capital? Isso mesmo! R\$ 200,00. Temos que encontrar a taxa. E aí já sabe qual é? Muito bem! 5%. E para podermos fazer o cálculo temos ainda o prazo, certo? Qual o prazo? Que legal! Você acertou! Três meses.



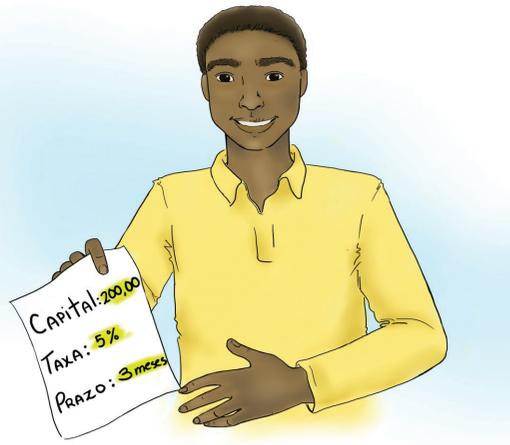


Figura 6

Fonte: ilustradora

Possuímos alguns dados sobre a situação, vejamos:

Capital (C) = R\$ 200,00

Taxa (i) = 5 % a.m. ou 0,05 (taxa unitária)

Para transformar a taxa porcentual em taxa unitária dividimos 5 por 100)

Prazo (n) = 3 meses

Você viu que a taxa e o prazo estão na mesma unidade de tempo? Esse detalhe é muito importante.

Aplicando a fórmula, temos:

$$J = C.i.n$$

$$J = 200,00 \times 0,05 \times 3$$

$$J = 30,00$$

O juro simples produzido é de R\$ 30,00

Vamos a mais um exemplo:

Calcular o juro de um capital de R\$ 3.000,00, a uma taxa de 12% a.a., durante 5 meses.

Você já conhece os passos. Vamos lá, então?



**Dados:**

$$C = 3.000,00$$

$$i = 12\% \text{ a.a.}$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

Observe que o tempo e a taxa de juros não estão na mesma unidade. Nesse caso, é necessário fazer a transformação da taxa equivalente à mesma unidade. Veja como é feito esse cálculo:

Como o ano tem 12 meses, dividindo 12% por 12 meses, encontramos 1%. Logo, a taxa de 12% a.a. equivale à taxa de 1% a.m. Em seguida, escrevemos a taxa de 1% a.m. em taxa unitária, isto é, dividimos 1 por 100, obtendo 0,01. Agora, sim, podemos aplicar a fórmula para calcularmos os juros.

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$J = 3\ 000 \times 0,01 \times 5$$

$$J = 150,00$$

O juro simples produzido é R\$ 150,00.

Observe que, nesse exemplo, podemos encontrar diretamente os juros multiplicando o valor do capital pela taxa unitária dos três meses.

Em algumas bibliografias, você poderá notar que na fórmula de juros o termo período (tempo) é representado pela letra t , porém o mais utilizado é a letra n .



Agora, vamos falar sobre o tempo, sobre o qual você viu apenas o conceito, na primeira aula.

Vamos lá?

Identificar o tempo de aplicação de um capital de R\$ 360,00 a 0,8% a.m. para render R\$ 17,28 de juro simples.

Veja que nessa situação não temos que encontrar o juro (J), mas, sim, o tempo (n). Vamos entender como se realiza esse cálculo?





Temos:

$$C = 360,00$$

$$i = 0,8\% \text{ a.m.} = 0,8/100 = 0,008$$

$$17,28 = 360,00 \times 0,008 \times n$$

$$J = 17,28$$

Cálculo

$$J = C.i.n$$

$$17,28 = 2,88 \times n$$

$$2,88 \times n = 17,28$$

$$n = \frac{17,28}{2,88}$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

O tempo de aplicação deverá ser de 6 meses.



Lembre-se de que, nos cálculos matemáticos, quando temos um termo desconhecido, este sempre fica no primeiro membro, pois ele é o valor que queremos descobrir. Lembre-se também de que, para esse tipo de cálculo financeiro, devemos utilizar três casas decimais após a vírgula.

Vamos, agora, a uma situação que envolva o cálculo do capital. Observe que não há muita diferença – vamos utilizar a mesma fórmula.

Qual o capital que, à taxa de 10% a.a, rende R\$ 2.400 de juros, em 5 anos?

Vamos, primeiramente, organizar os dados do problema.

$$C = ?$$

$$i = 10\% \text{ a.a.} = 10/100 = 0,10$$

$$n = 5 \text{ anos}$$

$$J = 2.400,00$$

$$J = C.i.n$$

$$2.400 = C \times 0,10 \times 5$$

$$2.400 = C \times 0,5$$

$$C = \frac{2.400}{0,5}$$

$$C = 4.800$$





Logo, R\$ 4.800,00 é o capital que, aplicado à taxa de 10% a.a., rende R\$ 2.400 de juros, em 5 anos.

Então, não é fácil? Você só tem que saber abstrair os dados e converter a taxa em unitária e, em seguida, aplicar a fórmula do juro. Observe que a taxa e o tempo estão na mesma unidade de tempo.

Vamos, agora, aprender a calcular o montante. Na primeira aula vimos o conceito de **Montante** (capital + juros). Vamos agora entender melhor como é feito esse cálculo? Acompanhe os exemplos resolvidos.

a) Um investidor aplicou R\$ 430,00 a juro simples, à taxa de 15% a.a. Vamos calcular o montante que receberá daqui a dois anos.

Observe que a taxa e o tempo estão na mesma unidade de tempo, ou seja, em ano. Isso significa que não há a necessidade de transformá-la, pois ambos estão na mesma unidade. Lembrando que o montante é a soma do capital inicial acrescido dos juros, vamos primeiro calcular o juro.

Dados:

$$\begin{aligned}C &= 430,00 \\i &= 15\% \text{ a.a.} = 15/100 = 0,15 \text{ (taxa unitária)} \\n &= 2 \text{ anos} \\J &= ?\end{aligned}$$

Cálculo do juro:

$$\begin{aligned}J &= C.i.n \\J &= 430,00 \times 0,15 \times 2 \\J &= \mathbf{129,00}\end{aligned}$$

Cálculo do montante

$$\begin{aligned}M &= C + J \\M &= 430,00 + 129,00 \\M &= 559,00\end{aligned}$$

O montante daqui a dois anos será de R\$ 559,00.

Como $J = C.i.n$, podemos reescrever a expressão $M = C + J$ da seguinte maneira:

$M = C + C.i.n$ (substituímos J por $C.i.n$ na expressão $M = C + J$).



Colocando C em evidência, temos:

$$M = C(1 + i.n)$$

Essa fórmula relaciona o montante com o capital, a taxa e o período de tempo.

Portanto, temos o valor do montante, ou seja, do capital com o juro que encontramos após a aplicação da fórmula. Agora, vamos ao resumo desta aula.

Resumo

Nesta aula, mostramos como aplicar a fórmula do juro simples na resolução de problemas. Vimos como encontrar o tempo, a taxa, o juro, o capital e o montante através de exemplos práticos relacionados à nossa vida diária, além de conhecermos a fórmula do juro simples e do montante.

Agora, vamos às atividades de aprendizagem, uma oportunidade de rever e praticar novamente esses indicadores.



Atividades de aprendizagem

1. Calcule o juro simples produzido por um capital de R\$ 2.000,00 investido a:

- a) 9% a.a. em 8 anos
- b) 12% a.t. em 4 trimestres
- c) 18,5% a.m. em 5 meses
- d) 0,5% a.s. em 4 semestres

2. Um investidor aplica R\$ 650,00 a juro simples, a 1,6% a.m., por 4 meses. Um segundo investidor aplica, também a juro simples, R\$ 800,00, a 1,8% a.m., por 3 meses.

- a) Qual dos dois investidores recebe mais juros?
- b) De quanto é a diferença desses juros recebidos?





3. Observe as ilustrações abaixo, em seguida responda à questão proposta. Um modelo de telefone está sendo vendido nas seguintes condições:

Loja A

R\$ 80,00 à vista ou em cheque
p/ 30 dias*

* juros simples à taxa de 5% a.m.

Loja B

R\$ 70,00 à vista ou em cheque
p/ 30 dias*

* juros simples à taxa de 50% a.a.

Agora calcule:

Quanto uma pessoa deve pagar por esse modelo de telefone, na loja A e na loja B, se optar por comprá-lo com cheque para 30 dias?

4. Calcule o tempo de aplicação de um capital de R\$ 560,00 a 0,7% ao mês, para render R\$ 11,76 de juro simples.

Caro/a estudante,

Nesta aula, foi lhe oportunizado o estudo dos juros simples. Na próxima, vamos iniciar nossos estudos com juros compostos. Até lá!



Consulte as bibliografias:

PUCINI, Abelardo de Lima.
**Matemática financeira
objetiva e aplicada**. 6. ed. São
Paulo: Saraiva, 1999.

BRANCO, Anísio Costa Castelo.
**Matemática financeira
aplicada: método algébrico**, HP
12C, Microsoft Excel. São Paulo:
Pioneira, 2002.

GIMENES, Cristiano Marchi.
**Matemática financeira com
HP 12C e Excel**. São Paulo:
Pearson Prentice Hall, 2006.





Aula 3. Juros compostos

Objetivos:

- conceituar juro composto;
- distinguir juro simples de juro composto;
- realizar cálculos de juro composto; e
- interpretar situações que envolvam o cálculo de juros.

Caro/a estudante,

Na aula anterior, você aprendeu a calcular os elementos básicos da fórmula do juro simples. Agora, nesta aula, você tem mais uma oportunidade de aprofundar seus conhecimentos sobre juro, avançando um pouco mais, agora sobre o juro composto. Vamos lá, então?

3.1 Juro composto

O juro composto é uma operação utilizada com muita frequência e o cálculo é feito de maneira um pouco diferente em relação ao juro simples. No regime de juros compostos, a taxa de juros incide sobre o montante acumulado ao final do período anterior, ou seja, ocorrerá a incidência de juros sobre juros. Esse regime é mais comum do que o regime de juros simples, sendo utilizado nas principais operações financeiras, tanto em investimento como financiamentos. Observe novamente como é feito o cálculo do juro simples para você poder comparar com o juros compostos.

Vejam os então o juro simples.

Imagine um investimento de R\$ 20.000,00, a uma taxa de 10% ao mês.



$$\begin{aligned}C &= \text{R\$ } 20.000,00 \\i &= 10\% \text{ a.m.} = 0,10 \\t &= 1 \text{ mês}\end{aligned}$$

Aplicando a fórmula:

$$\begin{aligned}J &= C.i.n \\J &= \text{R\$ } 20.000,00 \times 0,10 \times 1 \\J &= \text{R\$ } 2.000,00\end{aligned}$$

Então, temos $J = \text{R\$ } 2.000,00$, sendo de $\text{R\$ } 22.000,00$ o montante (capital + juros) no final do mês. Ou seja, todo mês teremos juros de $\text{R\$ } 2.000,00$ porque no juro simples o cálculo é feito com base no capital inicial.

Acompanhe a movimentação de uma aplicação através do demonstrativo abaixo, com base no cálculo dos juros simples.

Se o período fosse de quatro meses, teríamos o resultado demonstrado pela tabela:

Tabela 5

Mês	Cálculo de juros	Juros	Montante (capital + juros)
1º	$20.000,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.000,00	R\$ 22.000,00
2º	$20.000,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.000,00	R\$ 24.000,00
3º	$20.000,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.000,00	R\$ 26.000,00
4º	$20.000,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.000,00	R\$ 28.000,00
	Total	R\$ 8.000,00	R\$ 28.000,00

Acompanhe a mesma situação utilizando, agora, o juro composto, cujo forma de cálculo é diferente.

Siga a tabela abaixo:

Tabela 6

Mês	Cálculo de juros	Juros	Montante (capital + juros)
1º	$20.000,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.000,00	R\$ 22.000,00
2º	$22.000,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.200,00	R\$ 24.200,00
3º	$24.200,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.420,00	R\$ 26.620,00
4º	$26.620,00 \times 0,10 \times 1$	R\$ 2.662,00	R\$ 29.282,00

Observe que há uma diferença entre esses dois tipos de cálculo. Agora analise o gráfico abaixo.

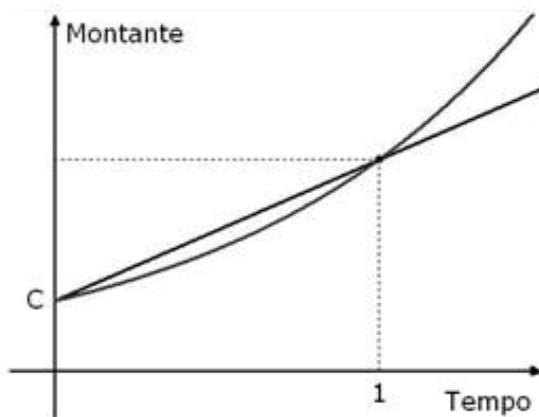


Figura 7

Fonte: portalprofessor.mec.gov.br/fichatecnicaaula.

Verifique que a linha reta se refere ao juro simples (linear) e a linha curva se refere ao juro composto (exponencial).

Agora compare as duas tabelas e tente perceber qual é a diferença. Conseguiu identificá-la?

Imaginamos que sim. Note que no final do quarto mês, aplicando o juro simples, pagar-se-ia R\$ 8.000,00 de juros. O mesmo não acontece com o cálculo através do juro composto, pois pagaríamos R\$ 9.282,00.

Então, podemos concluir que a taxa aplicada no juro composto é sempre em relação ao montante de cada período.

Você observou que, com o cálculo de juros compostos, estamos pagando mais? A diferença entre os dois é de R\$ 1.282,00.

As instituições financeiras utilizam o cálculo de juros compostos em suas transações. Percebeu por que não é interessante manter uma dívida no cartão de crédito ou cheque especial por um longo período de tempo? Você sabia que o juro composto é muito mais utilizado nos bancos e instituições financeiras do que o juro simples? Sabe por quê? Porque o rendimento é maior – como se fosse a reaplicação do juro simples a cada período.

Então você conseguiu ver a diferença entre o juro simples e o juro composto. Que bom! Para resolvermos cálculos com juros compostos utilizamos a seguinte fórmula:



$$M = C (1 + i)^n$$

Vamos agora resolver algumas situações-problema para entender melhor sua aplicação.

Observe a imagem abaixo:



Figura 8

Fonte: ilustradora

Lorena tinha algumas economias que totalizavam R\$ 4.000, então decidiu aplicá-las durante 3 anos. O gerente lhe disse que a taxa seria de 10 % ao ano.

Agora, veja como é calculado o montante dessa aplicação.

Em primeiro lugar, vamos identificar as informações que a situação está nos fornecendo.

$$C = 4.000,00$$

$$i = 10\% \text{ a.a.} = 0,10 \text{ (lembre-se de transformar a taxa percentual em taxa unitária)}$$

$$t = 3 \text{ anos}$$

Utilizando a fórmula que foi citada acima temos:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = 4.000,00 \times (1 + 0,10)^3$$

$$M = 4.000,00 \times (1,10)^3$$

$$M = 4.000,00 \times (1,331)$$

$$M = 5.324,00$$





Você percebeu que na fórmula do juro composto temos que trabalhar com expoente, e que devemos primeiro resolver o que está dentro dos parênteses para depois resolvermos a parte exponencial?

Cuidado! Preste atenção na hora dos cálculos.

Você poderá resolver manualmente através do cálculo de resolução de potências ou com o auxílio de calculadoras científicas ou financeiras.

Para efetuar as potências, utilize uma calculadora com função exponencial (calculadora científica) ou funções financeiras – HP 12 C). A imagem dessas calculadoras foram disponibilizadas na nossa segunda aula. Para facilitar seu manuseio, acesse sites de consulta que oferecem manuais de comando como, por exemplo: guiadicas.net/manual-da-calculadora-cientifica/inforum.insite.com.br>Universidade Virtual.



Agora vamos resolver outro tipo de situação também utilizando o cálculo de juro composto.

Calcule o juro composto produzido por uma aplicação de R\$ 1.700,00, a uma taxa de juro de 27 % a.a., durante 720 dias.

Lembre-se de que já falamos que a taxa de juro (i) e o prazo (n) devem estar na mesma unidade de tempo. Vamos determinar o prazo, em anos.

$$t = \frac{720}{360} \text{ (precisamos dividir por 360 em referência ao ano comercial)}$$

t = 2 anos

Agora podemos resolver, certo? Pois a taxa de juro e o prazo estão na mesma unidade de tempo.

Dados:

$$\begin{aligned} C &= 1.700,00 \\ i &= 27 \% \text{ a.a.} = 0,27 \\ t &= 2 \text{ anos} \end{aligned}$$

Agora, veja como ficou o cálculo do montante:



$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 1.700,00 \times (1 + 0,27)^2$$

$$M = 1.700,00 \times (1,27)^2$$

$$M = 1.700,00 \times (1,6129)$$

$$M = 2.741,93$$

Encontramos o montante, mas a pergunta da situação acima se refere ao cálculo do juro composto.

Então: Se $M = C + J$, podemos afirmar que $J = M - C$

$$J = 2.741,43 - 1.700,00$$

$$J = 1.041,93$$



Para seu melhor aproveitamento, você poderá consultar as bibliografias:
SPINELLI, Walter.S.; SOUZA, M. Helena. **Matemática comercial e Financeira**. 14. ed. São Paulo: Ática, 1998.

VERAS, Lilia Ladeira. **Matemática financeira: uso de calculadora financeira, aplicações ao mercado financeiro**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

O juro composto produzido pelo capital de R\$ 1.700,00 no período de 2 anos, à taxa de 27% a.a., é R\$ 1.041,93

Então vamos dar continuidade aos estudos de juro composto. Na sequência, resolveremos situações em que encontraremos não só o montante, mas também a taxa e o tempo.

Vamos a mais um desafio?

Lembre-se de que acreditamos na sua dedicação e no seu esforço. Vamos lá!

A partir da fórmula do montante $M = C (1 + i)^n$, podemos deduzir a fórmula do capital: Veja:

Como $C (1 + i)^n = M$

$$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

E os juros podem ser calculados pela diferença entre o montante e o capital.

$$J = M - C$$

Você deve se lembrar de que resolvemos um exemplo no qual encontramos o juro utilizando a fórmula $J = M - C$.

Vamos acompanhar a resolução de alguns exemplos para entender melhor cada situação:





1) Um certo valor foi colocado em um banco, que rendeu R\$ 40.000,00 a juros compostos de 2% a.m., durante 5 meses. Calcule esse valor.

Bem, na verdade, o que queremos encontrar é o capital aplicado. Para isso, vamos utilizar a fórmula descrita acima.

Dados:

$$\begin{aligned}M &= 40.000,00 \\i &= 2\% \text{ a.m.} = 0,02 \\t &= 5 \text{ meses} \\C &= ?\end{aligned}$$

$$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$C = \frac{40.000,00}{(1+0,02)^5}$$

$$C = \frac{40.000,00}{(1,02)^5}$$

Usando a calculadora científica para efetuar a potência $(1,02)^5$, proceda da seguinte forma: digite o número **1,02**, logo em seguida aperte a tecla **Y^x** em sua calculadora e depois o número que representa o expoente – neste caso, o número **5** -- e o sinal de igualdade. Pronto, aparecerá no visor **1,104080**, ou seja, o resultado da potência **(1,02)⁵**.

Substituindo a potência pelo seu respectivo valor, temos:

$$C = \frac{40.000,00}{1,104080}$$

$$C = 36.229,25$$

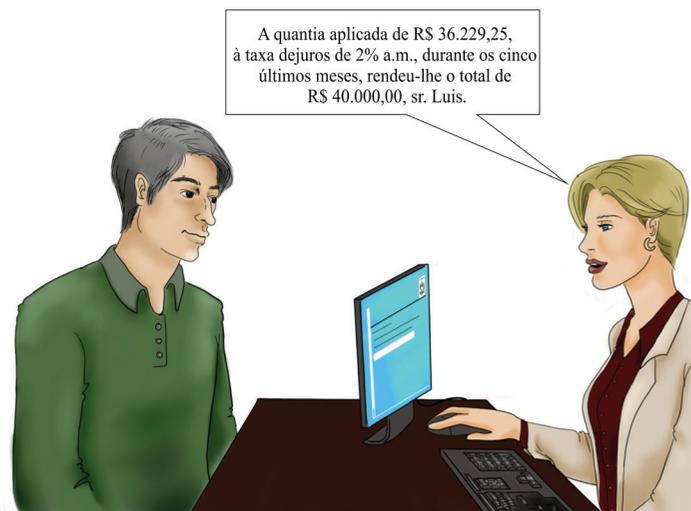


Figura 9

Fonte: ilustradora



Figura 10 - Calculadora científica HP 10s

Fonte: ilustradora

Observe que cada tecla da calculadora desempenha uma função que serve para cálculos rápidos. Por exemplo: a tecla **PV** representa o capital inicial, já a tecla **FV** o valor futuro, podendo ser considerado como o montante.

2) Em quantos meses um capital de R\$ 200.000,00 produz um juro de R\$ 38.203,20, quando aplicado a 6% ao mês, a juro composto?

Dados:

$$M = R\$ 200.000,00 + R\$ 38.203,20 = R\$ 238.203,20$$

(capital + juro)

$$C = R\$ 200.000,00$$

$$i = 6\% \text{ ao mês} = 0,06$$

$$n = ?$$





Cálculos:

$M = C \cdot (1 + i)^n$ -- aplicando a propriedade simétrica da igualdade, se $a = b$ então $b = a$.

$$C \cdot (1 + i)^n = M$$

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

$$(1 + 0,06)^n = \frac{238.203,20}{200.000,00}$$

$$(1,06)^n = 1,191016$$

Para calcular o valor do expoente "n", precisamos aplicar logaritmo a ambos os membros da igualdade.

$$\log (1,06)^n = \log 1,191016$$

Aplicando a propriedade operatória dos logaritmos, **$\log b^a = a \cdot \log b$** , ao primeiro membro da igualdade, temos:

$$n \cdot \log 1,06 = \log 1,191016$$

$$n = \frac{\log 1,191016}{\log 1,06}$$

Usando a tecla log da calculadora científica para calcular os logaritmos, chegamos a:

$$n = \frac{0,075918}{0,025306}$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

Logo, o capital deverá ficar aplicado durante três meses.

3) O capital de R\$ 2.000,00, aplicado a juros compostos, rendeu R\$ 165,00 após 4 meses. Qual foi a taxa de juros?

Então, vamos aos dados do problema.



$$\begin{aligned}C &= 2.000,00 \\t &= 4 \text{ meses} \\j &= 165,00 \\M &= 2.165,00 (2.000,00 + 165,00) \\i &= ?\end{aligned}$$

Nesta situação, teremos que encontrar a taxa. Utilizando a fórmula que você já conhece e a calculadora.

$$\begin{aligned}M &= C (1 + i)^n \\2.165,00 &= 2.000,00 (1 + i)^4\end{aligned}$$

Aplicando a propriedade simétrica da igualdade.

$$2.000,00 (1 + i)^4 = 2.165,00$$

Resolvendo a equação na incógnita i , temos:

$$(1+i)^4 = \frac{2.165,00}{2.000,00}$$

$$(1+i)^4 = 1,0825$$

$$(1+i) = \sqrt[4]{1,0825}$$

Extraindo a raiz quarta de 1,0825 utilizando a calculadora, vemos que:

$$\begin{aligned}1 + i &= 1,020015981 \\i &= 1,020015981 - 1 \\i &= 0,020015981 \\i &= 2,0015981\end{aligned}$$

Transformando a taxa unitária em percentual, isto é, multiplicando 2,0015981 por 100 e acrescentando o símbolo %, identificamos que:

$$i = 2\%$$

Então, a taxa de juros foi de aproximadamente 2% ao mês.



Para encontrar o resultado da raiz utilizando a calculadora científica, você deverá digitar o número, em seguida a tecla que indica segunda função **2ndf**, logo após a tecla em que aparece \sqrt{y} e o índice do radical





Na calculadora financeira, operando as teclas das funções financeiras conforme o manual, o resultado é imediato. Agora vamos ao resumo desta aula.

Resumo

Você deve ter notado a diferença entre o cálculo de juro simples e o juro composto. Vimos que as instituições financeiras utilizam o juro composto para o cálculo de suas transações. Mostramos que o seu cálculo é feito com base no montante do período anterior e a fórmula usada para esse cálculo é $M = C.(1 + i)^n$, podendo também ser utilizada para encontrar outras variáveis como, por exemplo, o capital, a taxa e o tempo.

Agora é sua vez de praticar!

Temos certeza que você vai conseguir resolver as atividades propostas, porque acreditamos na sua dedicação e no seu sucesso!

Vamos lá?

Atividades de aprendizagem

1. Calcule o montante de um capital de R\$ 6.000,00, aplicado a juros compostos, durante 1 ano, à taxa de 3,5% ao mês.
2. Calcule o montante de um capital inicial de R\$ 5.000,00, a juros compostos de 5% a.m., durante 6 meses.
3. Luís Carlos aplicou R\$ 1.000,00 a juro composto, à taxa de juro de 4% a.m., durante 60 dias. Determine o montante e o juro gerado por esse capital.



Prezado aluno, lembre-se de que, para resolver as questões acima, você deve colocar a taxa de juro e o período na mesma unidade de tempo – e, se quiser, pode utilizar uma calculadora.

4. Márcia quer comprar um aparelho de som que custa R\$ 640,00 à vista, mas só tem R\$ 600,00. Ela vai aplicar o que tem por 4 meses a juro composto de 2% a.m. Depois disso, admitindo que não haja reajuste no preço do aparelho, ela o compraria à vista. O valor acumulado é suficiente para Márcia comprar a vista o aparelho de som? Quanto sobrar ou faltará?



5. Um empresa aplica R\$ 8.000,00 a juro composto, à taxa de juro de 5,8% a.m., durante 120 dias. Qual o valor acumulado ao final dessa aplicação?
6. Marcela aplicou R\$ 2.500,00 em um banco, a juro composto de 12% a.a., durante 48 meses. Qual o juro obtido ao final dessa aplicação?

Caro estudante,

Espero que você tenha percebido que a cada aula temos inserido um assunto novo relacionado à matemática financeira, sempre agregando mais informações às já existentes. Na nossa próxima aula, estudaremos o desconto, o título de crédito e suas relações nas aplicações financeiras. Até lá!



Aula 4. Descontos simples – aspectos conceituais

Objetivos:

- reconhecer título de crédito;
- identificar os tipos de título;
- conceituar desconto; e
- calcular descontos comerciais.

Caro(a) estudante,

Nas aulas anteriores, você teve a oportunidade de estudar os regimes de capitalização e entender o cálculo de juro para a vida financeira de qualquer empresa ou mesmo na sua vida pessoal. Agora, vamos continuar nossos estudos. Nesta aula, abordaremos o desconto, mas antes vamos mostrar alguns **títulos de crédito** que são utilizados nas instituições financeiras e que podem ser descontados. Vamos lá, então?

A-Z

Título de crédito: é um documento comprobatório de uma dívida

4.1 Títulos de crédito

Ao contrair uma dívida a ser paga no futuro, é muito comum o devedor oferecer ao credor um documento denominado título, que é o comprovante dessa operação. Observe a situação abaixo, referente a esse tipo de operação.



Figura 11

Fonte: ilustradora

Note que aparecem algumas informações importantes, como nome do portador, **valor nominal**, data de vencimento, entre outros.

Agora, veja outro título de crédito muito utilizado pelas instituições financeiras: a duplicata. A duplicata é emitida por uma empresa (**pessoa jurídica**) contra seu cliente (**pessoa física** ou jurídica), para quem vendeu mercadorias ou prestou serviços a prazo. A emissão da duplicata decorre da emissão de uma nota fiscal.

Veja como é feita a operacionalização:

O cliente assina a duplicata dando o aceite, ou seja, declarando-se devedor daquela quantia e obrigando-se a pagá-la na data estabelecida. Devem constar na duplicata, além do valor nominal (lembre-se de que já falamos sobre o que é valor nominal anteriormente), a data de vencimento, o nome do **credor/emitente** e do devedor, e o número da nota fiscal que corresponde à mercadoria vendida ou aos serviços prestados. Veja abaixo um modelo de duplicata.

EMPRESAEXEMPLO & CIA LTDA Rua X, nºXX - Bairro XXX São Paulo - SP		CNPJ: (MF) CCM: nº Mun. S. Paulo - Est. SP		DUPLICATA
		DATA DE EMISSÃO ___ de ___ de 2___		
EMPRESAEXEMPLO & CIA LTDA	NF Fatura nº	NF-FATF/Duplicata-Valor	Duplicata - nº de ordem	Vencimento
	Desconto de % sobre até			para uso da instituição financeira
	Condições especiais			
	Nome do Sacado Endereço: CEP/Município: Estado: Praça de pagamento: CEP/Município: Estado: I.C.G.C. (MF) Nº Insc. Est. nº			Rep. M
Valor por extenso				
Reconhecemos a exatidão desta Duplicata de Venda Mercantil na importância acima que pagaremos à EMPRESAEXEMPLO & CIA LTDA, ou à sua ordem, na praça e vencimento indicados.				
Em ___/___/___ (Data do aceite)		NÃO SENDO PAGA NO DIA DO VENCIMENTO, COBRAR JUROS DE MORA E DESPESAS FINANCEIRAS. NÃO CONCEDER DESCONTOS MESMO CONDICIONALMENTE.		

Figura 13

Fonte: ilustradora

Temos também outro título, a nota promissória, que pode ser usada entre pessoas físicas ou, ainda, pessoas físicas e jurídicas e instituições financeiras. Trata-se de um título de crédito que corresponde a uma promessa de pagamento na qual é especificado o valor nominal ou a quantia a ser paga (que é a dívida inicial, normalmente acrescida de juros), a data de vencimento do título (em que a dívida deve ser paga), o nome e a assinatura do devedor, o nome do credor e da pessoa que deverá receber a importância a ser paga. Abaixo, você tem um modelo de nota promissória.

A-Z

Valor nominal: é o valor de face ou valor de resgate, ou seja, que corresponde ao valor que pode ser recebido pelo título na data do vencimento.

Pessoa física: pessoa natural, ou seja, todo indivíduo (homem ou mulher).

Pessoa jurídica: empresa.

Credor: aquele a quem se deve o dinheiro.

Emitente: quem emite, isto é, o emissor.



Vencimento: ___ de ___ de 2___

Nº R\$

Ao(a).....
pagar.....por esta única via de **NOTA PROMISSÓRIA**
 à..... CPF.....
 ou à sua ordem CNPJ.....
 a quantia de
 em moeda corrente deste país

Pagável em

AVALISTA(S)
 CPF CNPJ
 CPF CNPJ

EMITENTE
 CPF
 CNPJ
 ENDEREÇO

DATA DE EMISSÃO
 ASSINATURA EMITENTE

Figura 14
 Fonte: ilustradora

A-Z

Endosso: menção assinada lançada no verso de um título, transferindo sua propriedade a outra pessoa, especialmente em cheques e letras de câmbio.

Quando o portador de um título de crédito precisa de dinheiro, pode resgatá-lo antes do vencimento, mediante **endosso**, numa corretora de valores ou banco que procede à operação de desconto. Mas ao resgatar o título antes do vencimento, o portador não recebe o valor total ali declarado. Esse valor, que é o valor final ou valor nominal **N** do título, sofre um desconto **D** que será tanto maior quanto maior for a antecipação do pagamento em relação à data de vencimento.

O valor recebido pelo portador é o valor atual do título e representa a diferença entre o valor nominal e o valor do desconto. Esse desconto corresponde, assim, aos juros cobrados pelo banco pela antecipação do pagamento.

Agora que você já conhece os principais títulos de crédito e já tem condições de entender e relacionar o conceito de desconto aplicado a eles, vamos ao conceito de desconto.

Então, depois dessas informações, como podemos conceituar desconto?

Seria um abatimento? Isso mesmo. Muito bem!

A ideia de desconto está associada ao abatimento dado a um valor monetário em determinadas condições. Assim, por exemplo, quando uma compra é feita em grande quantidade, é comum o vendedor conceder desconto no preço da unidade.

No comércio, é bastante comum também o vendedor conceder um prazo para o pagamento; caso o comprador queira pagar à vista, geralmente é





proporcionado um desconto sobre o preço oferecido.

Outra situação envolvendo o conceito de desconto, já citada anteriormente, seria quando uma empresa vende um produto a prazo; nesse caso, o vendedor emite uma duplicata (título de crédito), que lhe dará o direito de receber do comprador, na data futura, o valor combinado. Mas, caso o vendedor necessite de dinheiro, poderá ir ao banco e efetuar um desconto desse valor expresso na duplicata.

Com isso, a empresa cede ao banco o direito do recebimento da duplicata em troca do dinheiro recebido antecipadamente. Muitas empresas agem dessa forma quando precisam de **capital de giro**, mas se lembre de que toda transação efetuada pelo banco tem um custo: este pode antecipar o pagamento de algum título de crédito, mas o cliente vai receber menos do que o valor nominal do título.

A-Z

Capital de giro: o capital (dinheiro) necessário para financiar as operações da empresa.

Veja mais um exemplo:

Consideremos que, numa certa venda, uma empresa emitiu uma duplicata de R\$ 5.000,00 para vencimento dentro de dois meses. Necessitando do dinheiro, a empresa levou a duplicata a um banco, que lhe propôs um adiantamento de R\$ 4.800,00 em troca da duplicata. Podemos concluir, então que o banco propôs um desconto de R\$ 200,00.

As operações de desconto com duplicatas e promissórias são bastante comuns no sistema financeiro, sendo uma ferramenta muito usada pelas empresas.

Caro(a) estudante, imagino que você tenha percebido a importância dos títulos de crédito nas operações financeiras. Dando continuidade ao conteúdo, vamos tratar dos descontos simples.

4.2 Desconto simples

Você se lembra do que é desconto? Pois bem! Esta é mais uma oportunidade que você tem de aprender. Muito bem, vamos rever o conceito. Desconto é o abatimento no valor de um título de crédito, que é um documento comprobatório de uma dívida – ou seja, através desse tipo de documento, o credor pode cobrar de um devedor.



Agora, vamos começar a entender melhor como se faz esse tipo de abatimento, como ele é calculado. Então, está pronto para mais um desafio? Vamos lá! Veja:

Existem basicamente dois tipos de desconto, o desconto comercial (por fora) e o desconto racional (por dentro). Vamos iniciar nossos estudos com o desconto comercial.

Desconto comercial: é conhecido também como desconto bancário. As fórmulas que vamos utilizar para o cálculo de desconto bancário são semelhantes às de juros simples.

Observe:

- D** = desconto
- N** = valor nominal
- VL** = valor líquido recebido após o desconto
- i** = taxa
- n** = período de tempo

$$\begin{aligned} \mathbf{VL} &= \mathbf{N - D} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{N.i.n} \end{aligned}$$

Como já vimos em juro simples, também encontramos a variável n para representar o período de tempo.

Temos também a fórmula para encontrar o valor líquido, observe:

$$\mathbf{VL = N.(1 - i.n)}$$

Vamos a um exemplo prático para entender melhor como funciona o cálculo de desconto.

Exemplo 1

Suponha que o credor Marcelo Santos, de posse de uma nota promissória, deseja resgatar sua dívida, antes do prazo, ou seja, ele quer receber a dívida dois meses antes da data da nota promissória. Vamos supor que o valor nominal desse título seja de R\$ 100.000,00 e a taxa de 1,4% a.m. para o desconto. Em dois meses antes do vencimento, temos:



$$\begin{aligned} D &= ? \\ N &= 100.000,00 \\ i &= 1,4\% \text{ a.m.} = 0,014 \\ n &= 2 \text{ meses} \end{aligned}$$

Para o cálculo de desconto também transformamos a taxa percentual (1,4%), em taxa unitária (0,014), ou seja, 1,4 dividido por 100 = 0,014. Observe que o período de tempo é equivalente à taxa. Vamos resolver o problema? Veja como é fácil.

$$\begin{aligned} D &= N.i.n \\ D &= 100.000,00 \times 0,014 \times 2 \\ D &= \mathbf{2.800,00} \end{aligned}$$

Marcelo Santos deverá receber, então:

$$\begin{aligned} N - D &= VL \\ R\$ 100.000,00 - R\$ 2.800,00 &= \mathbf{R\$ 97.200,00} \end{aligned}$$

VL é chamada valor atual comercial, ou valor líquido do título.

Assim, podemos chamar de desconto de título o abatimento dado sobre o valor nominal pela antecipação do pagamento. O desconto bancário é aquele em que a taxa de desconto incide sobre o valor nominal. Vejamos mais um exemplo de desconto bancário (comercial).



Figura 15
Fonte: ilustradora



Exemplo 2

Um título no valor de R\$ 1.200,00, pago cinco meses antes do vencimento, ficou reduzido a R\$ 900,00. Qual foi a taxa mensal utilizada?

Em primeiro lugar, vamos verificar as informações.

$$N = 1.200,00 \text{ (valor nominal)}$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

$$L = 900,00 \text{ (valor líquido)}$$

Esta situação pode ser resolvida de duas maneiras, usando o cálculo do desconto ou a fórmula do valor líquido. Veja:

$$D = N - VL$$

$$D = 1.200,00 - 900,00$$

$$D = 300,00$$

$$D = N.i.n$$

$$300 = 1.200 \times 5 \times i$$

$$300 = 6.000i$$

$$6.000i = 300$$

$$i = \frac{300}{6.000}$$

$i = 0,05$ – multiplicando por 100, temos a taxa percentual.

$$i = 5\%$$

Agora, vamos aplicar a fórmula do valor líquido:

$$VL = N.(1 - i.n)$$

$$900 = 1200 (1 - i.5)$$

$$1.200 (1-5i) = 900$$

$$1-5i = \frac{900}{1.200}$$

$$1-5i = 0,75$$

$$5i = 1 - 0,75$$

$$5i = 0,25$$

$$i = \frac{0,25}{5}$$

$$i = 0,05 \text{ ou } 5\%$$





Você percebeu que encontramos o mesmo resultado usando fórmulas diferentes? Na primeira utilizamos duas fórmulas, pois tínhamos que encontrar o desconto. Na segunda, utilizamos apenas uma fórmula.

Resumo

Nesta aula, vimos o que é um título de crédito, o conceito de desconto e os tipos de título de crédito que podem ser descontados. Vamos revisar? O desconto é efetuado através de alguns títulos de crédito, como letra de câmbio, duplicatas, notas promissórias e outros. Todos eles são emitidos numa operação financeira, por uma pessoa física ou jurídica, ou ainda uma instituição financeira. Além de expressar a promessa de pagamento de uma dívida a ser paga no futuro, também pode ser negociada com bancos para o recebimento desse pagamento, de forma antecipada, culminando num tipo de desconto.

Letra de câmbio é um título ao portador emitido por uma financeira em operações de crédito direto para pessoas físicas e jurídicas. Duplicata é usada por pessoa jurídica contra um cliente para o qual vendeu mercadorias a prazo ou prestou serviços. Discorreremos também sobre a nota promissória. Trata-se de um título de crédito que corresponde a uma promessa de pagamento em que é especificado o valor nominal. Lembre-se ainda de que todos esses títulos só terão validade quando devidamente preenchidos. A seguir, abordamos o desconto simples, que pode ser comercial ou racional, sendo o desconto comercial o mais usado pelo comércio e pelos bancos. Finalmente, resolvemos alguns exercícios explicativos sobre desconto comercial. Agora vamos praticar.

Atividades de aprendizagem

1. Coloque C para as alternativas certas e E para as erradas. Em seguida, comente apenas as alternativas erradas:

- () Título de crédito é um documento comprobatório de uma dívida.
- () Somente a letra de câmbio é considerada um título de crédito.
- () Desconto é um abatimento em um título de crédito.
- () Os títulos de crédito que podem ser descontados são nota promissória, a duplicata e a letra de câmbio.





() A duplicata é emitida somente por pessoa jurídica.

() Um portador de um título de crédito não pode resgatá-lo antes da data do vencimento.

2. Após a leitura do capítulo, defina com suas palavras os itens abaixo:

a) Capital de giro:

b) Duplicata:

c) Credor:

3. Agora que você definiu os conceitos acima, analise cada situação descrita abaixo e aplique os conceitos que você definiu (capital de giro, duplicata, credor).

Situação 1: Um indivíduo contrai uma dívida que será paga no futuro. Com isso, o devedor assina algum documento que confirme estar ciente dessa dívida. Que tipo de título esse devedor deverá oferecer ao credor?

Situação 2: Uma empresa deve manter um capital para cumprir suas obrigações diárias, tais como despesas correntes do dia, pagamentos de duplicatas, fornecedores. Como é chamado esse tipo de capital importante para vida financeira da empresa?

Situação 3: Ao contrair uma dívida, o devedor deverá estar ciente de sua obrigação. Onde comprovará o pagamento futuro, na qual pagará a uma outra pessoa que é denominada.

4. Qual o desconto que deverá incidir sobre um título de R\$ 750,00, pago 2 meses e 10 dias antes do vencimento, com uma taxa de 5% a.m.?

5. Uma nota promissória é descontada em um banco 85 dias antes de seu vencimento, à taxa de 6% a.m. Sabendo que o líquido para a pessoa foi de R\$ 1.992,00, calcule o valor da promissória.

6. Nesta questão, você precisa colocar em prática o que você estudou sobre o juro simples. Portanto, leia bem o enunciado para resolver os cálculos.





Um capitalista investe R\$ 50.000,00 em letras de câmbio, com vencimento para 180 dias e renda fixada em 5 % a.m. de juros simples.

- a)** Calcule o valor nominal do título.
- b)** Se o título for descontado 150 dias antes do vencimento, quanto o investidor receberá por ele, se o desconto for comercial, à taxa de 5% a.m.? Analise o resultado.

Caro(a) estudante,

Finalizamos mais uma aula. Na próxima, daremos continuidade aos estudos sobre descontos simples, trabalharemos o desconto racional e, em seguida, trataremos do desconto composto. Esperamos você lá!





Aula 5. Desconto racional e desconto composto

Objetivos:

- conceituar desconto racional;
- diferenciar os tipos de desconto;
- realizar cálculos através da fórmula do desconto racional; e
- conceituar desconto composto.

Caro(a) estudante,

Já estamos quase terminando nossos estudos sobre matemática financeira. Vimos até aqui o quanto é importante entender certos conceitos e aprender determinados cálculos.

Na aula anterior, tratamos do desconto comercial. Continuaremos nossos estudos em desconto simples, estudando o desconto racional e o desconto composto. Vamos lá!

5.1 Desconto racional

O desconto racional é também conhecido como desconto por dentro, e o seu valor é encontrado com base no valor líquido.

Para calcular o desconto racional, usamos a fórmula:

$$D_r = L.i.n$$

D_r = Desconto racional

L = Valor Líquido

i = taxa

n = período (tempo)



Lembre-se:

$$N - L = D_r$$

Então, podemos calcular o valor líquido da seguinte forma:

$$VL = \frac{N}{1 + i.n}$$

Vamos resolver alguns exemplos práticos:

1) Calcular o desconto racional de um título de R\$ 6.864,00, a uma taxa de 12 % a.m., pago 1 mês e 6 dias antes do vencimento.

Primeiro, vamos às informações que a situação nos fornece:

$$N = 6.864,00$$

$$i = 12\% = 0,12$$

$$n = 1 \text{ mês e } 6 \text{ dias} = 36 \text{ dias}$$

Lembre-se de que a taxa tem que estar na mesma unidade do período (tempo). Como a taxa está ao mês e o tempo em dias, vamos dividir 12% por 30, pois o mês comercial possui 30 dias.

$$12\% = \frac{0,12}{30} = 0,004 \text{ (taxa unitária)}$$

Solução:

$$VL = \frac{N}{1 + i.n} \quad \text{(que vem da fórmula de juros simples)} \\ M = C(1 + i.t) \text{ ou } N = VL(1 + i.n)$$

$$VL = \frac{6.864}{1 + 0,004 \times 36}$$

$$VL = \frac{6.864}{1 + 0,144}$$

$$VL = \frac{6.864}{1,144}$$



$$VL = 6.000,00$$

Calculando o desconto:

$$D_r = R\$ 6.864,00 - R\$ 6.000,00 = R\$ 864,00$$

Para chegarmos diretamente ao resultado do desconto racional, podemos utilizar a fórmula:

$$D_r = \frac{Nin}{1+in}$$

Vamos à sua aplicação. Veja o exemplo:

Qual o valor do desconto racional (por dentro) sofrido por uma nota promissória de R\$ 4.160,00, descontada 8 meses antes do seu vencimento, à taxa de 6% a.a.?

Vamos separar as informações: observe que o período (tempo) está em meses e as taxas em anos – temos que colocá-las na mesma unidade.

Dados:

$$N = 4.160,00$$

$$n = 8 \text{ meses}$$

$$i = 6 \% \text{ a.a.} = 6/12 = 0,5\% \text{ a.m.} = 0,005$$

Dividimos a taxa por 12, pois o ano tem doze meses, para encontrar o valor da taxa mensal, ficando então na mesma unidade do período.

$$D_r = \frac{Nin}{1+in}$$

$$D_r = \frac{4.160,00 \times 0,005 \times 8}{1+0,005 \times 8}$$



$$D_r = \frac{166,40}{1+0,04}$$

$$D_r = \frac{166,40}{1,04}$$

$$D_r = 160,00$$

Então, temos o valor do desconto racional: R\$ 160,00.

Vejamos agora uma situação que iremos aplicar os dois tipos de desconto e analisar qual seria mais vantajoso.



Figura 16

Fonte: ilustradora

Um título com valor nominal de R\$ 2.000,00, a uma taxa de 3% a.m., vai ser descontado oito meses antes do vencimento. Calcule a diferença entre os descontos bancário e racional.

Temos:

$$\begin{aligned} N &= 2.000,00 \\ i &= 3\% \text{ a.m.} = 0,03 \\ n &= 8 \text{ meses} \end{aligned}$$





Então, você se lembra sobre qual valor o desconto bancário incide? Isso mesmo, parabéns! Sobre o valor nominal. Então vamos calcular o desconto bancário.

$$\begin{aligned}D &= N.i.n \\D &= 2.000,00 \times 0,03 \times 8 \\D &= 480,00\end{aligned}$$

Fácil, não é mesmo?

Já temos o valor do desconto bancário, R\$ 480,00. Agora, vamos calcular o desconto racional. Queremos saber de você: sobre que valor o desconto racional incide? Que bom, vejo que você aprendeu! O desconto racional incide sobre o valor líquido. Como nesta situação não temos o valor líquido podemos utilizar a fórmula em que pede somente o valor nominal.

$$\begin{aligned}D_r &= \frac{Nin}{1+in} \\D_r &= \frac{2.000,00 \times 0,03 \times 8}{1 + 0,03 \times 8} \\D_r &= \frac{480,00}{1 + 0,24} \\D_r &= \frac{480,00}{1,24}\end{aligned}$$

$$D_r = 387,10$$

Diferença entre os descontos:

$$R\$ 480,00 - R\$ 387,10 = R\$ 92,90$$

Logo, a diferença entre os descontos bancário e racional é de R\$ 92,90.

Continuando nossa aula, vamos entender melhor como seria o cálculo de desconto bancário quando temos um conjunto de títulos. Analise o exemplo abaixo.

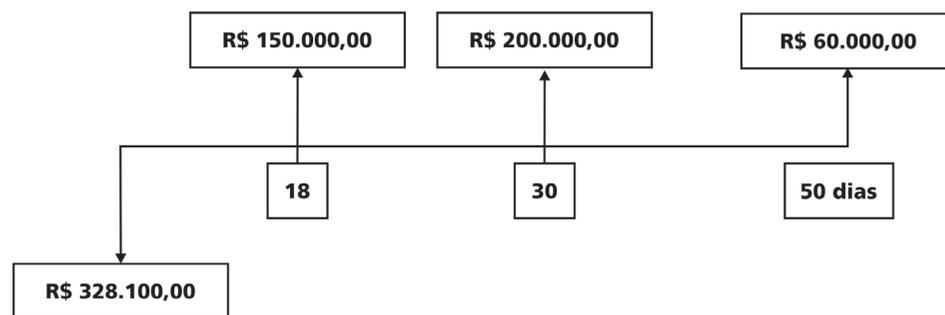




Uma empresa apresenta três duplicatas para desconto, à taxa simples de 21% a.m., a saber: a primeira, de R\$ 150.000,00 e 18 dias de prazo; a segunda, de R\$ 200.000,00 e dias 30 dias de prazo; e a terceira, de R\$ 60.000,00 e 50 dias de prazo. Determine o valor líquido.

Solução:

Como temos a mesma taxa de desconto pra todos os títulos, podemos, então, determinar o prazo médio no qual se desconta o somatório deles. Observe o seguinte fluxo de caixa em relação ao tempo de cada título.



Aqui temos todos os títulos e o prazo de cada um ao longo do tempo. Vamos agora ao cálculo para entender como chegamos ao valor líquido final.

Cálculo do prazo médio:

$$n = \frac{150.000,00 \times 18 + 200.000,00 \times 30 + 60.000,00 \times 50}{150.000,00 + 200.000,00 + 60.000,00} = 28,5365837$$

$VL = N \cdot (1 - i \cdot n)$ (você, se lembra que utilizamos essa fórmula na aula anterior)

$$N = 150.000,00 + 200.000,00 + 60.000,00 = 410.000,00$$

$$i = 21\% \text{ a.m.} = 21/30 = 0,7\% \text{ a.d.} = 0,007 \text{ (taxa unitária)}$$

$$n = 28,5365837$$

$$VL = 410.000,00 (1 - 0,007 \times 28,5365837)$$

$$VL = 328.100,00$$

Logo, o valor líquido é R\$ 328.100,00.

Então, não é fácil? Assim poderemos visualizar como é feito o resgate de vários títulos.





Vamos avançar mais um pouco nos conteúdos: abordaremos, agora, o desconto composto, mais um assunto estudado na matemática financeira.

5.2 Desconto composto

Você se lembra de que, ao fazermos o estudo de descontos simples, procuramos estabelecer a diferença entre o desconto bancário e o racional?

Vamos relembrar. No primeiro, as taxas incidem sobre o valor nominal, enquanto, no segundo, as taxas incidem sobre o valor líquido.

Já o desconto composto é calculado sempre com taxas sobre o valor nominal. Agora, vamos entender como é feito o cálculo do desconto composto.

O desconto composto é sinônimo de juros compostos. Quanto ao valor do desconto ou dos juros, poderíamos calculá-lo em função do valor atual ou em função do valor nominal.

A fórmula que vamos utilizar é a seguinte:

$$V_a = N \times v^n$$

$$\text{Onde } v = \frac{1}{1+i}$$

Vamos agora entender a fórmula:

- V_a = valor atual
- N = valor nominal
- n = período de tempo
- i = taxa a juros compostos

Logo, a fórmula utilizada para calcular o desconto composto fica assim:

$$D_c = N - V_a$$



Onde:

D_c = Desconto composto

N = valor nominal

V_a = valor atual

Note que alguns dados apresentados acima já são do seu conhecimento, pois estamos trabalhando o cálculo do juro simples. O cálculo de desconto composto vai usar o exponencial, então você vai precisar da sua calculadora científica, pois esse cálculo é com base nos juros compostos.

Preste atenção!

Para que você entenda melhor, vamos a um exemplo prático.

De quanto será o desconto que um título de R\$ 8.000,00, à taxa de 8% a.m., sofre ao ser resgatado dois meses antes de seu vencimento?

Vamos às informações que a situação nos fornece.

$$N = 8.000,00$$

$$i = 8\% \text{ a.m.} = 0,08$$

$$t = 2 \text{ meses}$$

Para calcular o desconto, temos que encontrar primeiro o valor atual.

$$V_a = N \cdot v^n$$

$$V_a = 8.000,00 \times \left(\frac{1}{1+0,08} \right)^2$$

$$V_a = 8.000,00 \times \left(\frac{1}{1,08} \right)^2$$

$$V_a = 8.000 \times (0,925925925)^2$$

$$V_a = 8.000 \times (0,8573388)$$

$$V_a = \mathbf{6.858,72}$$



Agora, vamos encontrar o desconto:

$$\begin{aligned}D_c &= N - V_a \\D_c &= 8.000,00 - 6.858,72 \\D_c &= \mathbf{1.131,28}\end{aligned}$$

Podemos concluir que o valor do desconto composto é de R\$ 1.131,28.

Para calcular o exponencial, basta digitar o número – no caso acima, 0,925925925. Logo em seguida, acione a tecla y^x , o valor do expoente, no caso o 2, e o sinal de igual. No visor da sua calculadora aparecerá o valor 0,8573388. Você pode se perguntar: será que tenho que digitar todos esses algarismos? Sim, é necessário, senão seu resultado ficará errado. O arredondamento é feito apenas no final da operação.

Agora, vamos aplicar os conhecimentos adquiridos resolvendo uma situação que envolva os três tipos de desconto que estudamos nas últimas aulas, possibilitando assim, verificar a diferença entre eles. Vamos lá?

Calcule três tipos de desconto possíveis para um título de R\$ 9.000,00, à taxa de 5% a.m., resgatado cinco meses antes do vencimento. Vamos primeiro calcular o desconto comercial (bancário). Você se lembra da fórmula aplicada? Muito bem!

$$D = N \cdot i \cdot n$$

Isso mesmo!

a) Desconto Comercial (bancário)

$$\begin{aligned}N &= 9.000,00 \\i &= 5\% \text{ a.m.} = 0,05 \\n &= 5 \text{ meses}\end{aligned}$$

Aplicando a fórmula:

$$\begin{aligned}D &= N \cdot i \cdot n \\D &= 9.000 \times 0,05 \times 5 \\D &= 2.250,00\end{aligned}$$

b) Desconto racional

Agora, vamos utilizar os mesmos dados para efetuar o cálculo do desconto



racional. Você se lembra de qual é fórmula usada para calcular o desconto racional?

$$D_r = \frac{N \cdot i \cdot r}{1 + i \cdot r}$$

Muito bem! Vamos aos cálculos.

$$D_r = \frac{9.000,00 \cdot 0,05 \cdot 5}{1 + 0,05 \cdot 5}$$

$$D_r = \frac{2.250,00}{1,25}$$

$$D_r = 1.800,00$$

c) Desconto composto

Tenho certeza de que você já sabe, pois estamos estudando nesta aula.

$$V_a = N \cdot v^n$$

$$D_c = N - V_a$$

$$V_a = 9.000,00 \times \left(\frac{1}{1+0,05} \right)^5$$

$$D_c = 9.000,00 - 7.051,73$$

$$V_a = 9.000,00 \times \left(\frac{1}{1,05} \right)^5$$

$$D_c = 1.948,27$$

$$V_a = 9.000,00 \times (0,952380952)^5$$

$$V_a = 9.000,00 \times 0,783526166$$

$$V_a = 7.051,73$$

Então temos o desconto bancário de R\$ 2.250,00, desconto racional de R\$ 1.800,00 e o desconto composto de R\$ 1.948,27. Você deve ter notado que o desconto bancário é o maior que existe, depois o composto e em seguida o racional, desde que seja utilizada a mesma taxa. O desconto bancário é o mais utilizado.

Agora, vamos ao resumo desta aula.





Resumo

Nesta aula, estudamos o desconto racional e o desconto composto. Mostramos como calcular o desconto racional e o desconto composto, em algumas situações em que foram aplicadas suas respectivas fórmulas. Vimos que no desconto comercial (bancário), a taxa incide sobre o valor nominal. Já o desconto racional passa a ser sinônimo de juro composto. Ele é obtido pela diferença entre o valor nominal, ou seja, valor futuro (VF), e o valor atual, ou seja, o valor presente (VP), de um compromisso que será liquidado num determinado tempo (n) antes do vencimento.

Antes de finalizar esta aula, temos mais alguns desafios para você resolver. Vamos lá!

Atividades de aprendizagem



1. Um título de R\$ 300.000,00 foi resgatado dois meses antes do vencimento, com a taxa de 10% a.m. de desconto racional. Pergunta-se:

a) Qual o desconto racional?

b) Qual o valor recebido por seu portador?

2. O portador de uma nota promissória de R\$ 60.000,00, necessitando de dinheiro, procurou uma agência bancária 60 dias antes do vencimento do título, a fim de resgatá-lo. O banco fez um desconto comercial aplicando a taxa de 8% a.m.

a) Calcule o valor do desconto feito pelo banco.

b) Verifique a quantia recebida pelo portador do título.

3. Determine o desconto racional sofrido por uma letra de câmbio de R\$ 1.000,00, descontada a uma taxa de 3% a.m., 6 meses antes de seu vencimento.

4. Qual foi o desconto composto obtido para se saldar uma dívida de R\$ 80.000,00 dois meses antes do vencimento e à taxa de 12% a.m.?

5. Calcular o valor atual de um título de R\$ 12.000,00, à taxa de 9% a.m., disponível em oito meses.



6. De posse de algumas letras de câmbio no valor de R\$ 80.000,00, com vencimento em 7 meses, queremos resgatá-las hoje. Para efetuar a operação, tivemos três ofertas:

- a)** desconto bancário com taxa de 10%;
- b)** desconto racional com taxa de 13%;
- c)** desconto composto com taxa de 11,5%

Qual será a operação mais vantajosa? Analise e dê o resultado.





Palavras Finais

Caro(a) estudante,

Conforme você percebeu, a matemática financeira é uma ferramenta essencial na gestão das finanças pessoais e empresarias. Ela tem por objetivo analisar situações financeiras envolvendo o valor do dinheiro no tempo. Por isso, é de suma importância que você aprenda como e de que forma são calculadas as operações, para investigar e escolher a melhor alternativa a seguir. Esperamos que estas aulas tenham ajudado você a entender não apenas os aspectos teóricos conceituais, mas, também, o mundo dos números e suas relações com a nossa realidade financeira, principalmente porque os utilizamos quase que diariamente, nas mais diversas transações comerciais, quer seja, através de investimentos e aplicações, quer seja na redução da taxa de pagamento de juros. Esperamos ainda, que você continue estudando e priorizando o seu conhecimento para galgar posições que possibilitem o seu sucesso profissional.

Um forte abraço!

Prof.^a Regiane Menezes





Guia de Soluções

Aula 1

1. **a)** Capital é o valor aplicado em alguma operação financeira.

b) Juros é a remuneração pelo empréstimo do dinheiro.

c) Taxa é a representação do juro em forma porcentual (%).

d) Montante é a soma do capital com o juro.

2. Relacione as colunas de acordo com o que representam:

(1) Nome que se dá a valor acumulado (capital+juro)

(2) Nome da quantia empregada.

(3) Como se define prazo

(4) Encargos financeiros

(3) Dias, meses e anos

(2) Capital

(4) Juros ou taxas cobrados pelas instituições.

(1) Montante

3. PESSOAL

4. **a)** $12\%/12\text{meses} = 1\% \text{ a.m.}$

b) $5\%/30 \text{ dias} = 0,166\% \text{ a.d.}$

c) 2 anos = 24 meses



5. Crescimento do dinheiro a juros simples

Ano	Capital inicial	Juros do ano	Capital final
1	R\$ 150,00	$5\% \times R\$ 150,00 = R\$ 7,5$	R\$ 157,50
2	R\$ 157,50	$5\% \times R\$ 150,00 = R\$ 7,5$	R\$ 165,00
3	R\$ 165,00	$5\% \times R\$ 150,00 = R\$ 7,5$	R\$ 172,50
4	R\$ 172,50	$5\% \times R\$ 100,00 = R\$ 7,5$	R\$ 180,00

6. Crescimento do dinheiro a juros compostos

Ano	Capital inicial	Juros do ano	Capital final
1	R\$ 150,00	$5\% \times R\$ 150,00 = R\$ 7,50$	R\$ 157,50
2	R\$ 157,50	$5\% \times R\$ 157,50 = R\$ 7,87$	R\$ 165,37
3	R\$ 165,37	$5\% \times R\$ 165,37 = R\$ 8,27$	R\$ 173,64
4	R\$ 173,64	$5\% \times R\$ 173,64 = R\$ 8,68$	R\$ 182,32
5	R\$ 182,32	$5\% \times R\$ 182,32 = R\$ 9,12$	R\$ 191,44

Aula 2

1. a) R\$ 1.440,00 b) R\$ 960,00 c) R\$ 1.850,00 d) R\$ 40,00

2. a) Primeiro = R\$ 41,60 Segundo = R\$ 43,20

Segundo investidor recebe mais juros

b) $R\$ 43,20 - R\$ 41,60 = R\$ 1,60$

3. Loja A = montante = R\$ 84,00

Loja B = montante = R\$ 72,92

4. $t = 3$ meses

Aula 3

1. R\$ 9.066,41

2. R\$ 6.700,47

3. Montante = R\$ 1.081,60

Juros = R\$ 81,60



4. Montante = R\$ 696,46

O valor acumulado é suficiente e sobrará R\$ 9,46

5. $M = R\$ 10.023,81$

6. $J = R\$ 1.433,80$

Aula 4

1. C/E/C/C/E/E

2. a) Capital de giro: capital que a empresa deve manter para cumprir suas obrigações.

b) Duplicata: título de crédito.

c) Credor: aquele a quem se deve o dinheiro.

3. Situação 1 = duplicata

Situação 2 = capital de giro

Situação 3 = credor

4. $D = R\$ 87,50$

5. Valor da promissória: R\$ 2.400,00

6. a) Valor nominal do título: R\$ 65.000,00

b) $VL = R\$ 48.750,00$

Aula 5

1. a) Desconto racional: R\$ 50.000,00

b) Valor recebido pelo portador: R\$ 250.000,00

2. a) Valor do desconto: R\$ 9.600,00

b) Valor recebido pelo portador: R\$ 50.400,00



3. Desconto racional: R\$ 180,00
4. Desconto composto: R\$ 16.224,49
5. Valor atual: R\$ 6.022,40
6. **a)** Desconto bancário com taxa de 10%: R\$ 56.000,00
- b)** Desconto racional com taxa de 13%: R\$ 38.115,18
- c)** Desconto composto com taxa de 11,5%: R\$ 42.660,71

O desconto bancário oferece mais vantagem





Referências

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, volume único**. 1.ed. São Paulo: Ática, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Portal do Professor. Brasília, DF: Ministério da Educação. Disponível em:< <http://portalprofessor.mec.gov.br/fichatecnicaaula>> Acesso em: 21 ago. 2013.





Obras Consultadas

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2004.

VERAS, Lilia Ladeira. **Matemática Financeira**: uso de calculadora financeira, aplicações ao mercado financeiro. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

SPINELLI, Walter; S.Souza; M. Helena. **Matemática Comercial e Financeira**. 14 ed. São Paulo: Ática, 1998.

SILVA, André Luiz Carvalhal da. **Matemática Financeira Aplicada**. 3.ed. São Paulo: Ática.

GIMENES, Cristiano Marchi. **Matemática financeira com HP 12C e Excel**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.





Currículo da Professora-autora

Regiane Janaina Silva de Menezes é graduada em Ciências Econômicas pela Universidade Estadual de Anápolis – UNIANA (2000), e graduada em Formação Pedagógica para Docentes Bacharéis, com Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás – UEG (2007) e especialista em Ensino da Matemática pela UniEvangélica (2008). Profissionalmente, já atuou nos ensinos fundamental e médio com a disciplina de Matemática. Atualmente, está como docente do eixo Gestão e Negócios no Centro de Educação Profissional de Anápolis – CEPA, onde também ministra as disciplinas de Matemática Financeira e Estatística no curso Técnico em Logística. Na Faculdade de Tecnologia SENAI “Roberto Mange”, ministra aulas no curso Auxiliar Administrativo/Técnico, disciplinas no eixo de Gestão (Organização Industrial, Gestão de Processos) e Tecnologia.

