Frações

1

Roberto Geraldo Tavares Arnaut
Gustavo de Figueiredo Tarcsay

META	Apresentar os números naturais, os números inteiros, os números racionais e as operações com frações.
OBJETIVOS	Ao final desta aula, você deverá ser capaz de: 1. distinguir números naturais de números inteiros; 2. realizar operações com números racionais; 3. calcular adição e subtração de frações; 4. calcular multiplicação e divisão de frações.

Esta aula foi escrita com base em trechos do livro ARNAUT, Roberto Geraldo Tavares. *Matemática Básica*: volume único. 5 ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2008.



Lucía Pizarro Coma

Fonte: www.sxc.hu

INTRODUÇÃO

A segurança do trabalho pode ser entendida como um conjunto de medidas que visam a reduzir acidentes de trabalho. Imagine que você, como técnico em segurança do trabalho de uma determinada construtora, está realizando inspeções em diferentes prédios em construção e foi designado a fazer um levantamento das condições do ambiente de trabalho dos operários. Como resultado, você descobriu que a maioria dos funcionários, além de não dispor de todos os equipamentos de proteção necessários à sua segurança, não recebeu treinamento para manusear os poucos equipamentos de que dispunha.



Davide Guglielmo



Pipp

Fonte: www.sxc.hu

Figura 1.1: Os equipamentos de proteção dos funcionários precisam ser constantemente verificados e avaliados por técnicos em segurança do trabalho.

O que esses dados podem nos fornecer sobre as condições do ambiente de trabalho desses funcionários, quanto à segurança? Por meio de alguns estudos, como, por exemplo, estudos estatísticos, é possível apresentar à empresa sua real situação em termos de equipamentos de proteção e treinamento de funcionários.

A Estatística é uma ciência que fornece à sociedade condições para:

- coletar;
- organizar;
- resumir;
- analisar e apresentar dados.

O que são *dados*? São elementos, valores ou fatos utilizados para a dedução de informações. A Estatística, por meio de teorias e métodos, faz com que os dados ofereçam informações que permitam compreender o nosso objeto de estudo, como, por exemplo, as reais condições do ambiente de trabalho de funcionários de uma empresa de construção civil.

A Matemática é uma ferramenta fundamental para o estudo da Estatística. Sem ela, não teríamos os números que nos fornecem as condições necessárias para entendermos as informações, isto é, os dados referentes aos equipamentos de proteção, por exemplo.

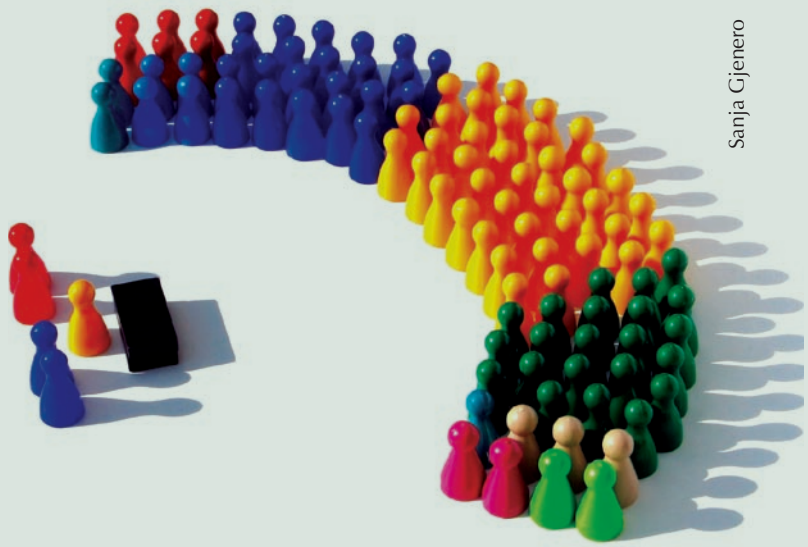
Nossas próximas aulas irão tratar de números e suas operações. Para isso, vamos utilizar textos do material de Matemática Básica, uma disciplina do curso de Matemática do Consórcio **CEDERJ**.

CEDERJ
Consórcio formado pelas universidades públicas estaduais e federais do Estado do Rio de Janeiro, com o objetivo de promover ensino superior a distância gratuito e de qualidade.

SAIBA MAIS...

Coloque a Estatística a seu favor

Jornais, Televisão, Rádio, Revistas e outros meios de comunicação nos sobrecarregam, diariamente, com notícias baseadas em números. Por essa razão, conhecer os números e a Estatística é um grande passo, no sentido de termos o controle de nossas vidas (embora não seja, obviamente, a única maneira necessária). Como exemplo, o município de Pedra Branca possui 100.000 habitantes e os jornais do município anunciavam que nas eleições para prefeito o candidato Maurício Pontes possuía 45.125 votos, a candidata Gioconda Fernandes 35.230 votos e os demais candidatos, 15.526 votos.



Sanja Gjenero

Fonte: www.sxc.hu

Os números de uma eleição podem ser um importante dado para a decisão do seu voto.

O que isso representa? Neste momento, provavelmente sentimos a importância de sermos capazes de avaliar corretamente o que dizem esses números. O problema está no fato de que, se não conseguirmos distinguir as afirmações falsas das verdadeiras, estaremos, então, vulneráveis à manipulação, por outras pessoas, cujas conclusões podem nos induzir a decisões contra os nossos próprios interesses.



Carin Araujo



Michal Zacharzewski

Fonte: www.sxc.hu



Sanja Gjenero



GiniMiniGi

Fonte: www.sxc.hu

Dados e números estão presentes em diferentes meios de comunicação.

NÚMEROS NATURAIS

Quando, ainda crianças, aprendemos a contar, estamos iniciando a nossa primeira experiência com os números. É muito importante que as crianças aprendam os números, pensando que estão apenas brincando.



Crystal Church

Fonte: www.sxc.hu

Figura 1.2: Existem muitos jogos educativos que ensinam as crianças a se divertirem no universo dos números.

Na forma mais primitiva, quando dizemos números, estamos nos referindo aos números chamados naturais, cujo conjunto representamos pela letra N:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Os pontinhos indicam que podemos continuar. Assim, teremos outro número e ainda outro, indefinidamente, ou seja, o conjunto N é um manancial inesgotável dessa matéria-prima que usamos na Matemática.

Preferimos não incluir o zero nesse conjunto, uma vez que esse, número tão importante nas nossas vidas e na Matemática, custou bastante para se estabelecer.



Adrian van Leen

Fonte: www.sxc.hu

Figura 1.3: Desde criança, lidamos com os números naturais.

A propriedade fundamental geradora dos números naturais nos mostra que cada um deles tem um sucessor. Essa noção é formalizada nos dois **AXIOMAS** conhecidos como Axiomas de Peano. O primeiro estabelece a existência do número natural 1 (afinal, é preciso começar por algum lugar), e o segundo afirma que todo número natural tem um sucessor. Assim, começamos com 1, cujo sucessor é 2, seguido do 3, e assim por diante.

AXIOMAS

Afirmações consideradas verdadeiras, que não podem ser demonstradas ou justificadas.

SAIBA MAIS...

Giuseppe Peano (1858 – 1932) foi um matemático italiano que fez importantes contribuições teóricas nas áreas de Análise Matemática, Lógica, Teoria dos Conjuntos, Equações Diferenciais e Análise Vetorial. Ele foi o fundador da moderna lógica matemática, contribuindo de forma decisiva para o padrão atual dos números naturais.



O QUE MAIS PODEMOS FAZER COM OS NÚMEROS NATURAIS?

É claro que a seqüência de números naturais serve primordialmente para contar coisas, tais como carneiros, frutas, flechas, dias e tudo o mais. Contudo, queremos mais do que isso; não se deixe enganar pela simplicidade desses números.

O que torna os números naturais objetos matemáticos de grande interesse é o fato de podermos operar com eles, somando-os e multiplicando-os. Munido dessas duas operações, o conjunto dos números naturais passa a apresentar várias questões. Até hoje algumas delas continuam a desafiar mentes brilhantes.

Os números naturais, porém, não nos permitem representar certas situações importantes, como as que envolvem perdas e prejuízos. Por exemplo, suponha que você possui uma conta no banco com saldo de *R$ 100,00* e dispõe de um limite de cheque especial (crédito pré-aprovado entre o banco e o cliente) no valor de *R$ 500,00*. Você resolveu organizar uma festa e gastou *R$ 300,00* com salgados e bebidas. Logo, seu saldo bancário depois dos gastos com a festa é negativo no valor de *R$ –200,00* (*R$ 100,00 – R$ 300,00*), o que significa que você utilizou *R$ 200,00* do seu cheque especial.



Afonso Lima

Fonte: www.sxc.hu

Figura 1.4: O cheque especial corresponde a um contrato de crédito já aprovado feito entre o cliente e o banco. Muitas vezes, esse limite de crédito, com o decorrer do tempo, sofre aumentos sem a aprovação do cliente, o que gera muitas reclamações de sua parte.

Se o conjunto dos números naturais começa com o número 1, o valor de *R$ –200,00 não* é um número natural. Mas... que tipo de número é esse? Em que conjunto podemos incluir os números negativos, tais como –200, –3 ou –5836?

Estamos falando de *números inteiros*, conforme veremos a seguir.

NÚMEROS INTEIROS

Vimos que os cálculos, que envolvem perdas ou prejuízos nos fornecem números *negativos*. Com isso, há situações nas quais sentimos a necessidade de *estender* os números naturais a um conjunto, digamos assim, mais completo. A utilização do seu cheque especial, no exemplo anterior, que fez com que o seu saldo bancário ficasse negativo em R$ 200,00 é um problema que não tem solução no conjunto dos números naturais. Assim, a Matemática demanda o que chamamos *conjunto dos números inteiros*:

$$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$



SAIBA MAIS...

Por que a letra Z?

Você sabe por que representamos os inteiros pela letra Z, no lugar de algo como I?

A Teoria de Conjuntos foi criada por Georg Cantor, que era alemão. A palavra para números em alemão é *Zahlen*.

Um outro exemplo que não pode ser resolvido no conjunto dos números naturais é a equação $x + 5 = 3$, pois:

$$x + 5 = 3;$$
$$x = 3 - 5;$$
$$x = -2.$$

Para resolver essa equação, temos de pensar no conjunto dos números inteiros (Z), e não no âmbito dos números naturais apenas.

ATIVIDADE 1

Atende ao Objetivo 1

Quais das seguintes equações só podem ser resolvidas no âmbito dos números naturais?

a. $x + 2 = 7$

( ) N ( ) Z

b. $x + 4 = 1$

( ) N ( ) Z

c. $3x + 7 = 4$

( ) N ( ) Z

d. $2x + 4 = 8$

( ) N ( ) Z

e. $2x + 5 = 7$

( ) N ( ) Z

ATIVIDADE 2

Atende ao Objetivo 1

Você foi convidado para ir a uma festa de aniversário de um grande amigo de infância. No dia do aniversário, você, como técnico de segurança do trabalho, teve de resolver alguns problemas elétricos na empresa e se atrasou para a festa. Ao chegar lá, encontrou outras 4 pessoas (João, Pedro, Mário e Madalena) que também tinham chegado atrasadas. Havia apenas 21 latas de cerveja para dividir entre vocês. Surgiu, então, um impasse: como fazer a distribuição das latas de cerveja entre o grupo? Vocês, então, resolveram fazer uma brincadeira. A distribuição seria feita de modo que cada um ficasse com um número natural ímpar de latas de cerveja. Sabendo que Pedro e Madalena não gostam muito de cerveja, como você faria essa distribuição?

Como você viu na Atividade 2, temos a seguinte questão: existem 21 latas de cerveja para serem distribuídas entre 5 pessoas. Digamos que todas elas gostassem muito de cerveja; logo, seria preciso distribuir as latas igualmente entre elas. O problema é que o resultado dessa distribuição não nos oferece um número natural ou inteiro. Se dividirmos 21 por 5, o resultado será um número racional, conforme veremos a seguir.

NÚMEROS RACIONAIS

Antes de definirmos números racionais, vamos oferecer situações no âmbito da Matemática, nas quais lançamos mão da noção de *proporção*. Veja o exemplo a seguir:

Desde os primórdios, os cozinheiros, os construtores e tantos outros profissionais têm usado a noção de proporção em seus afazeres, que pode ser algo como: "cinco medidas de água para duas medidas de arroz" ou "um saco de cimento para seis sacos de areia". Seguindo essa receita, podemos variar a quantidade daquilo que queremos preparar, seja arroz para duas pessoas apenas, seja para uma família de doze pessoas, contanto que mantenhamos a proporção 5:2 (cinco por dois).



Figura 1.5: Antes de prepararmos uma receita de arroz, seja para duas pessoas ou para uma família de doze pessoas, precisamos saber todos os itens necessários e as quantidades que cada item precisa ter, para mantermos corretamente a proporção e alcançarmos o nosso objetivo.

O QUE É UM NÚMERO RACIONAL?

Para tornar uma história longa mais curta, referimo-nos numericamente a proporções, tais como as que foram exemplificadas: 5:2 ou 1:6 e assim por diante. Isto é, proporções, nas quais comparamos dois números inteiros. Para isso, precisamos de *dois* números inteiros, a e b, com a propriedade importante de que $b \neq 0$, e representamos a proporção $a : b$ pela fração $\frac{a}{b}$.

Devemos, contudo, levar em conta que 1:2 e 2:4, por exemplo, representam a mesma proporção. Assim, na versão numérica, $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ são iguais. (Achou estranho? Veremos isso com mais detalhes no decorrer da nossa aula.)

Podemos, então, dizer que um número racional é representado por uma fração do tipo $\frac{a}{b}$, na qual a e b são números inteiros com $b \neq 0$ e que duas frações representam o mesmo número se, e somente se, satisfazem a seguinte relação de igualdade:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Os números racionais são representados pela letra Q e são uma espécie de extensão dos números inteiros. Já os números, inteiros, conforme vimos, formam uma espécie de extensão dos números naturais, ou seja, se tivéssemos que representá-los através da notação de conjuntos, teríamos a seguinte configuração:



A. Syed

Fonte: www.sxc.hu

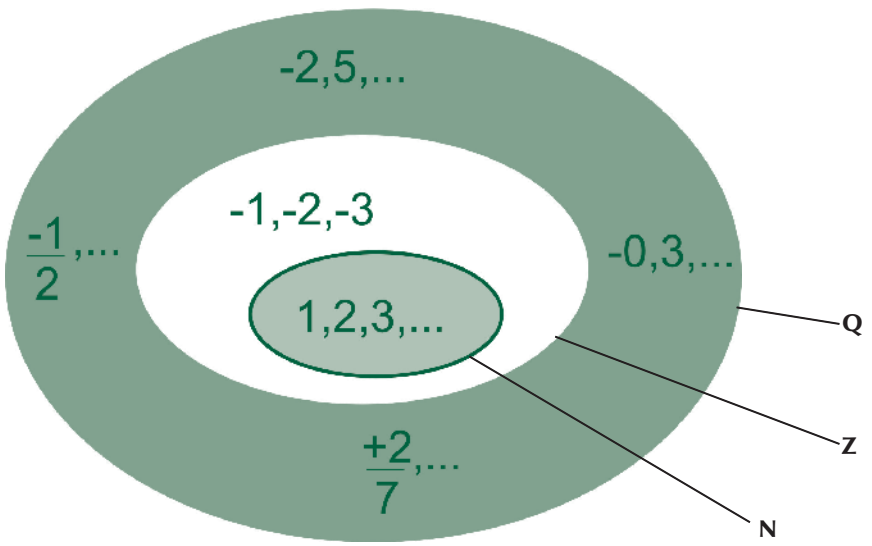


Figura 1.6: A representação dos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais pode ser feita através da boneca *matrioshka*, que é um brinquedo tradicional russo constituído por uma série de bonecas feitas de diversos materiais (mais freqüentemente de madeira), que são colocadas umas dentro das outras, da maior (exterior) até a menor (a única que não é oca).



ATENÇÃO

O número racional é também chamado de número fracionário ou *fração*.

LEITURA DE UMA FRAÇÃO

Na tabela a seguir indicamos, para cada número de partes iguais, em que foi dividida a unidade, o nome de cada parte.

Tabela 1.1: Leitura de uma fração.

Número de partes	Nome de cada parte
2	Meio
3	Terço
4	Quarto
5	Quinto
6	Sexto
7	Sétimo
8	Oitavo
9	Nono
10	Décimo
11	Onze avos
12	Doze avos
13	Treze avos
100	Centésimo
1000	Milésimo

Para efetuar a leitura de uma fração, você deve ler o numerador e, em seguida, o nome de cada parte, que depende do número de partes em que foi dividida a unidade, a que chamamos de denominador da fração.

Exemplos:

$\frac{1}{2}$ lê-se “um meio”; $\frac{1}{15}$ lê-se “um quinze avos”;

$\frac{3}{5}$ lê-se “três quintos”; $\frac{7}{10}$ lê-se “sete décimos”;

$\frac{8}{11}$ lê-se “oito onze avos”; $\frac{49}{100}$ lê-se “quarenta e nove centésimos”.

SAIBA MAIS...

Como os antigos egípcios representavam as frações?

Os homens da Idade da Pedra não usavam frações. O conceito de fração tornou-se necessário com a evolução dos conhecimentos.

Os antigos egípcios tinham uma notação especial de fração com numerador 1. A fração $\frac{1}{3}$, por exemplo, era indicada colocando-se sobre o inteiro 3 um sinal oval alongado: .

A nossa maneira atual de representar uma fração, por meio de uma barra, surgiu no século XVI.



Os egípcios criavam símbolos que representavam frações.

ATIVIDADE 3

Atende ao Objetivo 2

João acertou $\frac{7}{15}$ dos 15 problemas de uma prova. Responda:

a. Quantos problemas ele acertou?

b. Quantos problemas ele errou?

c. Que fração representa o número de problemas que ele errou?

ATIVIDADE 4

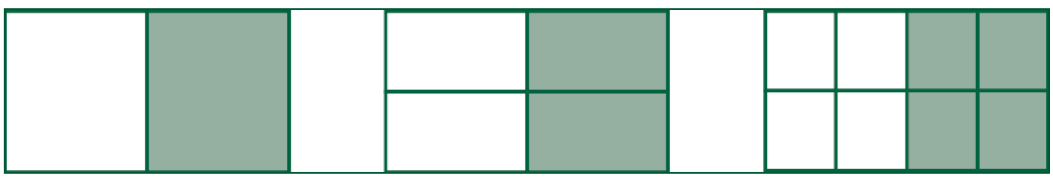
Atende ao Objetivo 2

Uma estante é formada por 9 prateleiras. Se enchermos 3 prateleiras de livros, que fração da estante não foi aproveitada?

SIMPLIFICAÇÃO E EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES

Frações equivalentes são aquelas que representam a mesma parte do todo. Por exemplo: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$ são frações equivalentes.

Graficamente, temos:



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$

Repare que as áreas pintadas são iguais, ou seja, as frações se equivalem.

Em um outro exemplo, Carlos e Eduardo passeiam com seus cachorros. Carlos pesa 125kg e seu cão, 50kg. Eduardo, por sua vez, pesa 45kg e seu cão, 18kg.

Observe a fração e a simplificação entre o peso dos dois rapazes:

$$\frac{125\text{kg} \div 25}{50\text{kg} \div 25} = \frac{5}{2}$$

Veja que utilizamos a simplificação de frações para chegarmos ao resultado de 5/2. A simplificação é feita da seguinte forma: dividem-se ambos os termos da fração pelo mesmo número.

Observe, agora, a fração e a simplificação entre o peso dos cachorros:

$$\frac{45\text{kg} \div 9}{18\text{kg} \div 9} = \frac{5}{2}$$

Simplificando a fração, ou seja, dividindo ambos os termos da fração (45/18) por 9, temos 5/2, ou seja, a fração 5/2 é uma fração simplificada de 45/18.

Verificamos, desse modo, que as duas frações são iguais, ou seja, são equivalentes.

Agora que já conhecemos frações equivalentes e a simplificação de frações, é importante termos o conhecimento das operações matemáticas com frações, como:

- adição;
- subtração;
- multiplicação;
- divisão.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

A Matemática possui uma linguagem que se expressa por meio de símbolos e gráficos. Daí ser importante conhecer e interpretar esses símbolos, para efetuarmos as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão entre diferentes números, sejam eles fracionários, naturais ou inteiros. No caso dos números fracionários, existem dois casos específicos para a adição e subtração, conforme apresentamos nos exemplos a seguir:

1º caso: Denominadores iguais

No mercado gastei $\frac{3}{5}$ do que possuía em alimentos e $\frac{1}{5}$ em material de limpeza. Quanto gastei da importância que possuía?

Vamos representar graficamente.

Gastos em alimentos = $\frac{3}{5}$



Gastos com material de limpeza = $\frac{1}{5}$



Daí $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ Graficamente, temos:



$\frac{3}{5}$

$+$



$\frac{1}{5}$

$=$



$\frac{4}{5}$

A soma de frações com denominadores iguais é uma fração cujo:

- denominador é igual ao número das parcelas;
- numerador é a soma dos numeradores das parcelas.

Vamos, agora, dar um exemplo de subtração. No mercado gastei $\frac{4}{6}$ do que possuía em alimentos e $\frac{1}{6}$ em material de limpeza. Quanto gastei a mais em alimentos?

Vamos representar graficamente:

Gastos em alimentos = $\frac{4}{6}$



Gastos com material de limpeza = $\frac{1}{6}$



Observando os gráficos, vemos que $\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$. Graficamente, temos:



$\frac{4}{6}$

$-$



$\frac{1}{6}$

$=$



$\frac{3}{6}$

A diferença entre duas frações com denominadores iguais é uma fração cujo:

- denominador é igual ao das frações dadas;
- numerador é a diferença dos numeradores.

2º caso: Denominadores diferentes

Quando as frações têm denominadores diferentes, devemos, em primeiro lugar, obter frações equivalentes, que tenham denominadores iguais.

Exemplo:

$$\frac{4}{10}+\frac{5}{6}$$

$\frac{4}{10}, \frac{8}{20}, \frac{12}{30}, \frac{16}{40}, \frac{20}{50}, \frac{24}{60}$ ... são frações equivalentes a $\frac{4}{10}$.

$\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{25}{30}, \frac{30}{36}, \frac{35}{42}, \frac{40}{48}, \frac{45}{54}, \frac{50}{60}$ ... são frações equivalentes a $\frac{5}{6}$.

Procurando as frações equivalentes que têm o mesmo denominador e usando a regra anterior, obtemos:

$\frac{12}{30}+\frac{25}{30}=\frac{37}{30}$ ou $\frac{24}{60}+\frac{50}{60}=\frac{74}{60}$. Simplificando a fração, temos:

$$\frac{74\div 2}{60\div 2}=\frac{37}{30}$$

Para calcular o denominador comum do exemplo anterior, também podemos utilizar o chamado *mínimo múltiplo comum* (mmc) entre os denominadores da operação; no caso, 10 e 6.

O que é o mmc? Como calculá-lo?

O menor múltiplo comum de dois ou mais números naturais é chamado de *mínimo múltiplo comum* desses números.



ATENÇÃO

Apenas números naturais têm mmc.

Podemos calcular o mmc de dois ou mais números, utilizando a fatoração. Nesse cálculo, temos as seguintes etapas:

- decompomos os números em **FATORES PRIMOS**;
- o mmc será o produto desses fatores.

A seguir, vamos fazer o cálculo do mmc entre (6,10), que são os denominadores do nosso último exemplo:

6 – 10	2 (fator primo em comum)
3 – 5	3 (fator primo em comum)
1 – 5	5 (fator primo em comum)
1 – 1	

Como você deve ter observado, a decomposição dos números 6 e 10 é feita através da divisão dos mesmos por um fator primo em comum a ambos os números; no caso, 2. Dividindo 6 e 10 por 2 temos como resultado 3 e 5, e assim fazemos essa operação sucessivamente até encontrarmos as unidades (1 – 1).

Portanto, o mmc(6,10) = 2 × 3 × 5 = 30.

Quando temos frações com denominadores diferentes, devemos reduzi-los ao mesmo denominador, ou seja, um denominador comum a ambas as frações, para efetuarmos as operações de adição e subtração.

Vamos treinar um pouco essas operações?

Os números naturais podem ser escritos univocamente como o produto de vários números primos (chamados de **FATORES PRIMOS**). Os números primos são os números naturais que têm apenas dois divisores: o 1 e ele mesmo.

Exemplos:
1) 3 tem apenas os divisores 1 e 3, portanto 3 é um número primo.
2) 17 tem apenas os divisores 1 e 17, portanto 17 é um número primo.
3) 10 tem os divisores 1, 2, 5 e 10, portanto, 10 **não** é um número primo.

ATIVIDADE 5

Atende ao Objetivo 3

No sítio de Daniel, $\frac{1}{3}$ do terreno está plantado com milho, $\frac{1}{5}$ com feijão e $\frac{1}{15}$ com arroz. Qual a fração correspondente ao total do terreno plantado?

ATIVIDADE 6

Atende ao Objetivo 3

CENSO DEMOGRÁFICO
Pesquisa sobre a população, possibilitando conhecermos algumas informações, tais como o número de habitantes, o número de homens, mulheres, crianças e idosos, onde e como vivem as pessoas e o trabalho que realizam. Esse estudo é feito a cada dez anos.

O **CENSO DEMOGRÁFICO** revelou que, do total da população brasileira, $\frac{11}{20}$ são brancos, $\frac{10}{25}$ são morenos e o restante são negros e amarelos. Qual a fração da população brasileira corresponde aos negros e amarelos?

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Na multiplicação de números fracionários, devemos:

- multiplicar numerador por numerador;
- multiplicar denominador por denominador,

assim como é mostrado nos exemplos a seguir:

$$\frac{8}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{8\times 4}{3\times 3}=\frac{32}{9}$$

$$\frac{-5}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{-5\times 4}{2\times 3}=\frac{-20}{6}=-\frac{20}{6}=-\frac{10}{3}$$

Na divisão de números fracionários, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, como é mostrado no exemplo:

$$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}}=\frac{8}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{24}{12}=2$$

ATIVIDADE 7

Atende ao Objetivo 4

Calcule os produtos e as divisões entre as frações a seguir:

a. $\frac{1}{3} \times \frac{4}{3}$

b. $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}$

c. $\frac{8}{3} \div \frac{7}{6}$

d. $\frac{4}{5} \div \frac{5}{6}$

Concluímos esta aula afirmando que os números são um importante instrumento para a compreensão de diferentes dados estatísticos. Por isso, conhecê-los e as suas operações é fundamental para termos condições de interpretá-los e obtermos um melhor controle sobre nossas próprias decisões.

RESUMINDO...

• Os números naturais (N = (1,2,3,...)) podem ser pensados como símbolos que representam certas quantidades. Eles foram e serão sempre necessários para contar objetos.

• Os números inteiros correspondem aos números naturais acrescidos do zero e dos números negativos. Eles são representados pela letra Z (Z = (–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3)).

• Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, onde *a* e *b* são números inteiros, sendo que *b* deve ser não nulo, isto é, *b* deve ser diferente de zero. Freqüentemente usamos $\frac{a}{b}$ para significar a divisão de *a* por *b*. Representamos também $\frac{a}{b}$ como *a* : *b*, que significa a proporção de *a* em relação a *b*.

• Um número racional é também chamado de número fracionário, ou fração.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, vamos conhecer os números decimais. Até lá.

RESPOSTAS DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 1

a. $x + 2 = 7$
$x = 7 - 2$
$x = 5.$

b) $x + 4 = 1;$
$x = 1 - 4;$
$x = -3.$

c) $3x + 7 = 4;$
$3x = 4 - 7;$
$3x = -3;$
$x = \frac{-3}{3};$
$x = -1.$

d) $2x + 4 = 8;$
$2x = 8 - 4;$
$2x = 4;$
$x = \frac{4}{2};$
$x = 2.$

e) $2x + 5 = 7;$
$2x = 7 - 5;$
$2x = 2;$
$x = \frac{2}{2};$
$x = 1.$

As equações (a), (d) e (e) têm como respostas os números 5, 2 e 1, respectivamente. Portanto, podem ser resolvidas no conjunto dos números naturais. Já as equações (b) e (c) demandam um conjunto maior, uma vez que é preciso *subtrair* (1 – 4) e (4 – 7), respectivamente, ou seja, os resultados dessas equações são negativos. Assim, as respostas de (b) e (c) são, respectivamente, –3 e –1.

ATIVIDADE 2

Pedro e Madalena não gostam muito de cerveja, por isso os dois decidiram que cada um ficaria com três latas de cerveja. Logo, sobraram 15 latas. Você, João e Mário resolveram distribuir igualmente o restante, ou seja, cada um ficou com 5 latas de cerveja.
Você pode estar achando que existem outras possibilidades de resposta? Pois bem, existem sim. Converse com o seu tutor sobre as diferentes possibilidades de resposta.

ATIVIDADE 3

a. A prova de João possui 15 problemas. Já que ele acertou $\frac{7}{15}$, a proporção é de sete para quinze. Com isso, verificamos que a fração 7/15 quer dizer que sete é a parte correspondente ao número de acertos, e quinze compreende o total de problemas, ou seja, 7 é o número de problemas que João acertou. Podemos, então, representar da seguinte forma:

$$7 \text{ (parte)} / 15 \text{ (total)}$$

b. O número de problemas que ele errou corresponde exatamente à diferença entre o total de problemas da prova (15) e o número de acertos (7), ou seja:

$$\text{Nº de erros} = \text{Total de problemas} - \text{Nº de acertos}$$
$$\text{Nº de erros} = 15 - 7$$
$$\text{Nº de erros} = 8$$

c. 8 corresponde à parte de problemas que João errou, e 15 é o total; logo, a fração é 8/15.

ATIVIDADE 4

Se enchermos 3 prateleiras de livros, isto significa, pela proporção que enchemos, $\frac{3}{9}$ das prateleiras da estante. A fração da estante que não foi aproveitada será a diferença entre o total de 9 prateleiras e o número de prateleiras de livros (prateleiras aproveitadas), no caso, 3. Ou seja, 9 – 3 = 6. A fração da estante não aproveitada é igual a 6/9.

ATIVIDADE 5

A soma das plantações de milho, feijão e arroz nos fornece a plantação total.

Plantação total = plantação de milho + plantação de feijão + plantação de arroz

Plantação total = $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

Sendo uma soma de frações com denominadores diferentes, precisamos obter frações equivalentes com denominadores iguais. Para encontrarmos essas frações, vamos fazer o mmc dos denominadores (3, 5, 15), onde temos:

3-5-15	5
3-1-3	3
1-1-1	

O mmc de (3, 5, 15) é igual a $3 \times 5 = 15$.

As frações equivalentes são: $\frac{5}{15} + \frac{3}{15} + \frac{1}{15} = \frac{9}{15}$.

A fração que corresponde à plantação total é $\frac{9}{15}$.

ATIVIDADE 6

Para encontrarmos a fração da população brasileira que corresponde aos negros e amarelos, precisamos encontrar o total dessa população. Para isso, basta somarmos a população brasileira de brancos e morenos: $\frac{11}{20} + \frac{10}{25}$.

Sendo uma soma de frações com denominadores diferentes, precisamos obter frações equivalentes com denominadores iguais. Para encontrarmos essas frações, vamos fazer o mmc dos denominadores (20, 25), onde temos:

20-25	5
4-5	5
4-1	2
2-1	2
1-1	

O mmc de (20,25) é igual a $5 \times 5 \times 2 \times 2 = 100$.

$$\frac{11}{20} + \frac{10}{25} = \frac{55}{100} + \frac{40}{100} = \frac{95}{100}$$

As frações equivalentes de $\frac{11}{20}$ e $\frac{10}{25}$ são, respectivamente, $\frac{55}{100}$ e $\frac{40}{100}$.

Logo, a fração que corresponde aos brancos e morenos é: $\frac{95}{100}$.

Como o restante da população brasileira é de negros e amarelos, a diferença entre o total dessa população e a população de brancos e morenos corresponde à fração que queremos calcular.

$\frac{100}{100}$ (população total) – $\frac{95}{100}$ (população de brancos e morenos) = $\frac{5}{100}$ (população de negros e amarelos).

ATIVIDADE 7

a. $\frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$.

b. $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$.

c. $\frac{8}{3} \div \frac{7}{6} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{8}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{48}{21}$.

d. $\frac{4}{5} \div \frac{5}{6} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{5}{6}} = \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} = \frac{24}{25}$.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ARNAUT, Roberto Geraldo Tavares. *Matemática Básica*: volume único. 5 ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2008.